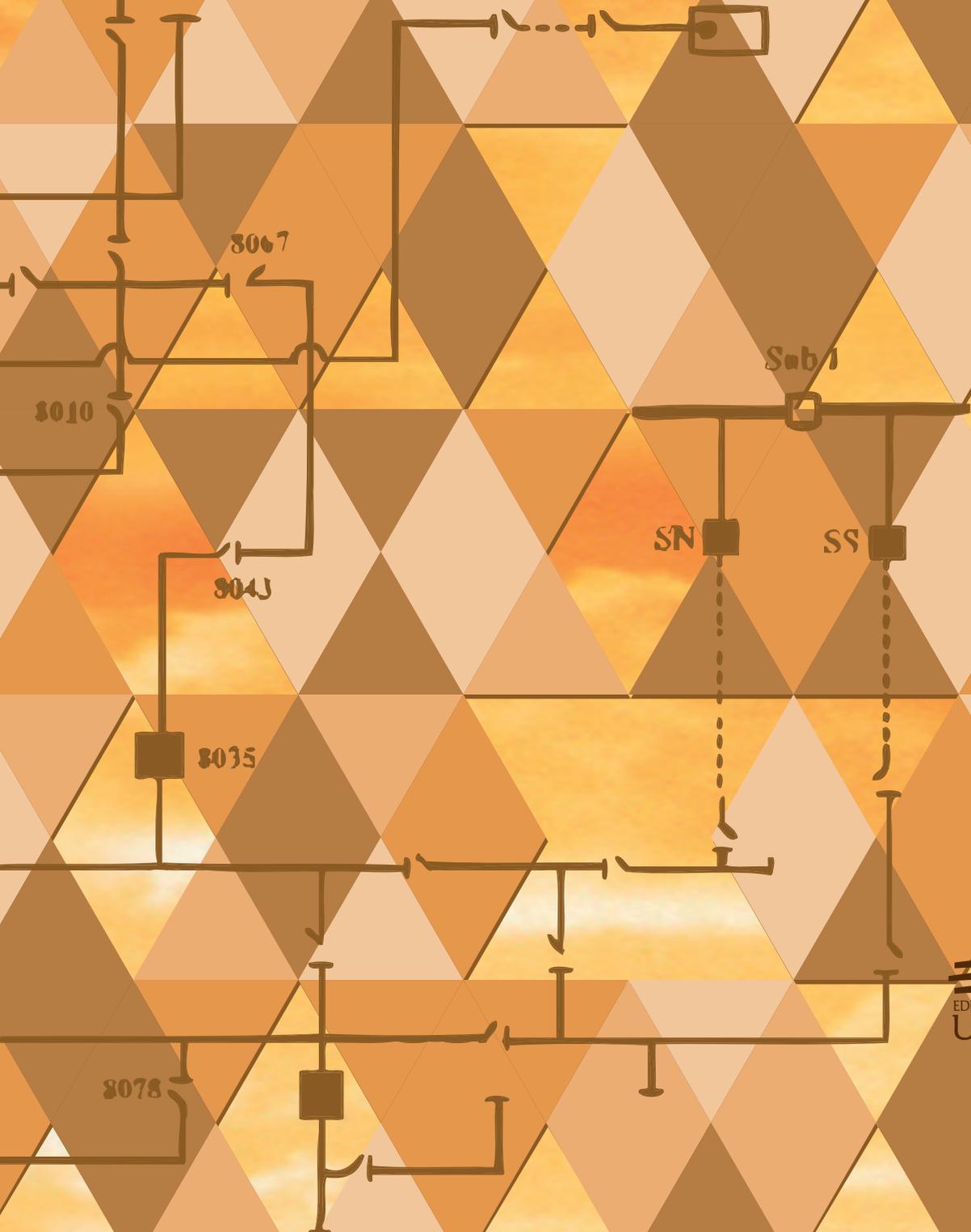


# Ingeniería

Revista de la Universidad de Costa Rica  
FEBRERO/AGOSTO 2014 - VOLUMEN 24 Número (1)



# METODOLOGÍA DE UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN PARA EL PRONÓSTICO Y MANEJO DE INVENTARIOS USANDO EL METAHEURÍSTICO TABÚ

*Marisol Valencia C.,  
Daniela Gonzalez L.,  
Juan Esteban Cardona R.*

## Resumen

La planeación de inventarios se ha convertido en una necesidad para que la industria tenga la capacidad de programar adecuadamente la logística de su producción y ventas. En este trabajo se presenta una técnica de optimización de inventarios multiperíodo vía simulación, a partir del diseño de una variación a la metaheurística búsqueda tabú, aplicada a un modelo de pronóstico que se basa en modelos dinámicos y a un modelo dinámico de inventarios. Se ilustra la metodología usando datos de ventas e inventarios de un producto de una empresa de manufactura del sector confecciones de Colombia.

**Palabras clave:** Pronósticos, Optimización, Modelos dinámicos de inventario.

## Abstract

The inventory planning has become a necessity for the industry to have the ability to properly schedule the logistics of production and sales. In this paper, we present a technique multiperiod inventory optimization via simulation, from the design of a variation to the Tabu search metaheuristic, applied to a forecast model based on dynamic models and a dynamic model of inventories. We illustrate the methodology using sales data and inventory of a product of a manufacturing garment sector of Colombia.

**Key words:** Forecasts, Optimization, Dynamic inventory models.

**Recibido:** 15 noviembre de 2013 • **Aprobado:** 16 de enero de 2014

## 1. INTRODUCCIÓN

La metodología de optimización Tabú es un heurístico que realiza una búsqueda de lo óptimo de una función objetivo en un modelo de programación lineal o no lineal, que trata de evitar que haya un óptimo local atrapado. Esta técnica oficialmente introducida por Glover (1986), posee características como la memoria adaptativa (memoria selectiva, incluyendo olvido), exploración sensible y se concentra en buscar buenas características de las soluciones.

Una de las funciones del ingeniero industrial es la optimización de procesos y en muchas ocasiones se hace necesaria la interacción de ésta con la simulación, que pueden complementarse para la solución de un problema, según Azadeh

& Maghsoudi (2010). A menudo se encuentran la optimización y simulación de forma aislada; en este trabajo se verá cómo es posible que se complementen para la solución de un problema de manejo de inventarios.

La metodología de optimización vía simulación - técnica Tabú, fue comparada con el diseño experimental en el trabajo de Azadeh & Maghsoudi (2010), describiendo lo siguiente:

“El objetivo de este estudio es optimizar el rendimiento de los sistemas de producción diferenciados por la integración de la simulación por computadora, diseño de experimentos (DE), y la búsqueda tabú (TS). La optimización del rendimiento de un taller de fabricación de acero se consideró como

el caso de este estudio, pero podría ser utilizado para optimizar el rendimiento de otro sistema de producción”.

Se evaluaron los resultados y la estructura del modelo de simulación por el test T. La técnica permitió encontrar el óptimo local, y la solución óptima global fue calculada mediante la búsqueda tabú, que utiliza un enfoque metaheurístico, dicha investigación permite determinar la aplicabilidad de estas técnicas en la industria, optimizando los procesos analizados.

En este trabajo se propone una metodología que hace una modificación para mejorar el desempeño de un modelo lineal dinámico para pronósticos y un modelo de inventarios, aplicando a cada uno, un algoritmo de optimización heurístico. El modelo lineal optimizado ajusta valores predichos en un horizonte de tiempo y se une al modelo de inventarios optimizado para obtener finalmente las cantidades óptimas de ventas, pedidos y almacenamiento, que una empresa manufacturera debe programar en un horizonte de dos meses de producción, con los mínimos costos totales de inventarios; aplicándolos a los datos de un producto terminado de dicha empresa.

El modelo de pronóstico tiene una estructura de regresión, con variable endógena retardada, por ello, se usarán las pruebas de contraste de significancia, así como de validez de supuestos del modelo como normalidad, incorrelación y homocedasticidad, una vez se encuentra un modelo adecuado según estas pruebas, se aplica una optimización de éste, usando función objetivo que mide la capacidad de acierto: el indicador MAPE o Media del Porcentaje de Error Absoluto. Seguido a este, se propone un modelo de inventarios y para este se asume la función objetivo como el costo total, que contempla la suma de los costos de producción del producto, más los de almacenamiento de un período a otro y los costos de faltantes. Estos resultados se comparan a los encontrados para el producto M, presentados en el trabajo de González y Franco (2013), quienes elaboraron un modelo de pronósticos para siete productos de la misma empresa con el fin de mejorar el manejo de inventarios por medio del acierto con respecto a las ventas.

## 2. CONCEPTOS GENERALES

### 2.1 Modelo lineal Dinámico

Diversos autores utilizan el modelo de regresión denominándolo un modelo econométrico como Caridad y Ocerin (1998), el cual, cuando se expresa de forma uniecuacional, contiene una variable respuesta denominada endógena y variables explicativas, denominadas exógenas. El término dinámico se asocia cuando se introducen retardos en el tiempo en una o en ambos tipos de variables. La estimación de este modelo de una ecuación se realiza con máxima verosimilitud.

Un ejemplo de ecuación de este tipo puede expresarse así:

$$z_t = \beta_0 + \dots \beta_k z_{t-1} + \dots \beta_i X_i + \varepsilon \quad (1)$$

Donde:

Variable endógena: es la variable a explicar, es dependiente. Su valor será determinado por el modelo, en función de los valores de las variables exógenas y los parámetros.

Variable exógena: también conocidas como las variables explicativas o independientes.

Retardos: términos del pasado de las variables endógenas u exógenas, por ejemplo, el retardo de orden 1 de la serie  $Z_t$  es  $Z_{t-1}$ .

### 2.2 MAPE

La media de error porcentual absoluto (MAPE) es un indicador de error de ajuste del modelo que se puede describir según Heizer & Render (2009) así:

“es el promedio de las diferencias absolutas encontradas entre los valores pronosticados y los reales, expresado como un porcentaje de los valores reales”.

$$MAPE = 1/n \sum_{t=1}^n |z_t - \hat{z}_t| / z_t \quad (2)$$

Donde

n: Es la cantidad de datos.

$z_t$ : Es el valor de ventas observado.

$\hat{z}_t$ : El valor de ventas estimado.

El MAPE brinda información y permite la identificación del tamaño de los errores de pronóstico, comparándolos con los valores reales de la serie. La aplicación de éste se hace importante cuando el tamaño de la variable del pronóstico es relevante para evaluar la eficiencia del pronóstico. Además de ser utilizado para comparar la precisión de las mismas o diferentes técnicas en dos series totalmente distintas, como se menciona en Hanke (2006).

### 2.3 Gestión de inventarios

Simchi-Levi *et al.* (2008) se refieren a los modelos de inventarios en una cadena de suministro, específicamente en la logística interna de una empresa, como: de materia prima, inventario de trabajo en proceso y de producto terminado, este último es el caso que se estudia aquí. Los autores afirman:

“el costo del inventario es uno de los más dominantes para la empresa”, y además, que “su manejo es uno puede tener un impacto significativo en el nivel de servicio y en el costo total del sistema completo de la cadena de suministro”.

El inventario se maneja debido a diferentes razones como: aprovechar las economías de escala, manejar las aleatoriedades en la demanda, ocultar ineficiencias en la cadena de suministro, entre otras, lo que exige definir políticas óptimas para su administración. Por ello es necesaria una buena gestión de los inventarios, garantizando que no existan excesos ni falta de existencias.

Sin embargo, estos se ven afectados constantemente por cambios inesperados, incertidumbre en la demanda, ciclos de productos, competencia de mercados, tiempos de suministro variables, como se menciona en Sarimveis, Patrinos, Tarantilis, & Kiranoudis (2008), que generan una necesidad de realizar una adecuada planeación de las cantidades a producir y almacenar en el inventario, parte de ello es mejorar la forma de pronosticar los valores de demanda.

### 2.4 Modelos dinámicos de inventarios

El término dinámico en los modelos de inventarios puede asociarse con los cambios que se presentan en el tiempo en las variables asociadas a estos, como la demanda de producto terminado. Por ello no es sorprendente que se elaboren análisis dinámicos asociados a los sistemas de las cadenas de suministro, en especial, en una logística interna empresarial, esto según Sarimveis *et al.* (2008).

A diferencia de los modelos estáticos como el de lote económico de pedido (Economic Order Quantity-EOQ), en los modelos dinámicos la caracterización de la demanda puede ser conocida pero diferente para cada periodo o se puede suponer que sus valores son aleatorios a lo largo del tiempo, para ello Sethi, Yan, & Zhang (2003) mencionan:

“programas dinámicos que utilizan algoritmos para encontrar las cantidades de pedidos óptimas, utilizando políticas de costo, inventario mínimo o ambas”.

Según Ramos (2013), el modelo dinámico de inventarios requiere:

Datos

$t = 1, 2, \dots, T$  periodos de estudio.

$d_t =$  Demanda al comienzo del periodo  $t$ .

$C_t(Q_t) =$  Costo de producir de  $Q_t$  unidades en el periodo  $t$ .

$h_t(I_t) =$  Costo de almacenar  $I_t$  unidades en el periodo  $t$ .

Variables

$Q_t =$  Cantidad a producir al comienzo del periodo  $t$ .

$I_t =$  Nivel de inventario al final del periodo  $t$ ,  $I_0$  : Inventario inicial

Planteamiento general según Ramos (2013):

$$\text{Min } \sum_t [C_t(Q_t) + h_t(I_t)] \quad (3)$$

$$Q_t + I_{t-1} = d_t + I_t \quad \text{Para todo } t \quad (4)$$

$$Q_t I \geq 0 \quad \text{Para todo } t \quad (5)$$

Los métodos de solución para este tipo de modelos de inventarios dinámicos pueden ser analíticos o heurísticos.

La caracterización de las políticas óptimas permiten encontrar las políticas adecuadas según Hillier & Lieberman (2002): “es necesario observar la naturaleza de una política óptima que produce cuando el nivel de inventario es cero”.

En este trabajo se realizó una adaptación del algoritmo propuesto por Hillier & Lieberman (2002, pág. 954) y Ramos (2013), considerando que el costo total de los inventarios se estima acorde con la Ecuación (3): suma de los costos de producción más los costos de almacenamiento de un periodo a otro. Sólo al finalizar la optimización con la metaheurística Tabú, se compara con los datos reales y si hay unidades faltantes en ventas, se agrega un costo de penalización por las unidades que se dejasen de vender si se hubiera pedido así.

Además, dentro de las restricciones se asumen las ecuaciones de balance de inventarios por periodo como en la Ecuación (4), así como restricciones de pedidos, en las cuales, el máximo pedido del primer período puede ser la suma de las demandas totales del producto de los  $n$  periodos, pero en los siguientes periodos se resta la demanda anterior que se supone ya surtida. De esta forma el algoritmo debe dar las cantidades que deben ser pedidas, almacenadas en todos los  $n$  periodos, quedando con inventario cero al finalizar todos los períodos y con el mínimo costo posible.

## 2.5 Metodología Tabú

La técnica Tabú fue diseñada inicialmente como un algoritmo heurístico que usa la búsqueda de las variables de decisión que conduzcan a encontrar un objetivo adecuado, pero no necesariamente el óptimo global, por medio de procesos estadísticos. Este método ha introducido elementos que mejoran sus herramientas matemáticas y estadísticas de búsqueda y por ello, ahora es llamado Metaheurístico, tratando de encontrar el mejor

valor de la función objetivo, evitando que haya un óptimo local atrapado, aunque éste no siempre sea el global, esto según Glover (1986). La técnica Metaheurística fue oficialmente introducida en 1989, tomando aspectos como la memoria adaptativa (memoria selectiva, incluyendo olvido) y exploración sensible, pero ha sido objeto de variaciones que la combinan con otras técnicas o incluso, heurísticas. Tal es el caso del algoritmo desarrollado por Chelouah & Siarry (2005), quienes unifican la búsqueda exploración-explotación combinando la lista Tabú con el algoritmo de Nelder Simplex, implementado por medio de estructuras poco complejas con el objetivo de realizar la búsqueda sin olvidar la historia de ésta, concentrándose en buscar buenas características de las soluciones.

La búsqueda Tabú, según Hernandez & Guerrero (2006), tiene los siguientes como elementos necesarios:

- Solución inicial: la búsqueda da comienzo a partir de una solución dependiente del algoritmo que se genera, la cual satisface las restricciones del problema. Dicha solución puede ser generada aleatoriamente, pero lo recomendado es utilizar el conocimiento que se posee para encontrar una buena solución inicial que podría minimizar el proceso de búsqueda.
- Movimiento: se define como un procedimiento determinístico o aleatorio por el cual se logra generar una posible solución a partir de una solución inicial, de acuerdo a un criterio de selección pre establecido.
- Vecindad: es el conjunto de todas las posibles soluciones que pueden ser generadas por la realización de un movimiento sobre la solución actual.
- Lista tabú: Es un conjunto de soluciones basadas en memoria adaptativa para registrar aquellas soluciones o atributos de soluciones que deben ser elegidas tratando de evitar que la búsqueda entre en un ciclo o quede atrapada en un óptimo local. Dicha lista almacena los puntos candidatos, que salen de cada exploración, es decir los óptimos locales por

vecindario, para luego realizar una depuración que elimine los más malos.

- Criterio de parada. La búsqueda finaliza después de un número determinado de iteraciones o cuando se realizan cierta cantidad de iteraciones sin encontrar una mejor solución posible.

### 3. METODOLOGÍA

El proceso parte de explicar el modelo de pronósticos, la metodología de optimización Tabú diseñada, mostrando las adaptaciones realizadas y posteriormente, se hace una aplicación a los datos de ventas del producto analizado.

El software que se empleó para este desarrollo de este trabajo fue el del lenguaje estadístico R Development Core Team (2008); en este trabajo la simulación se hará de forma mensual, en el periodo 2010-2011, con optimización de inventarios a dos periodos. A continuación se explica el procedimiento general realizado.

- 1- Estimar los modelos dinámicos, con base en los registros históricos hasta el mes de diciembre de 2010.
- 2- Aplicar una optimización del modelo dinámico hallado en el paso anterior, basada en el método heurístico Tabú, teniendo como objetivo minimizar el indicador de error MAPE. Como resultado se encuentran 12 variables de decisión que corresponden a parámetros  $\alpha_t$  mensuales que disminuyen el error medio de pronóstico del año 2011 para el producto analizado.
- 3- Con los parámetros  $\alpha_t$  encontrados, se obtiene el modelo final y por medio de Microsoft Excel, se estiman los pronósticos finales de ventas de los dos meses siguientes, es decir enero y febrero de 2012.
- 4- Se procede a optimizar el modelo de inventarios, minimizando los costos totales de inventarios como la suma de costos de producción y de almacenamiento en inventarios. Para ello, se diseña la búsqueda inicial y se aplican el algoritmo metaheurístico Tabú, minimizando dichos

costos, encontrando el plan de pedidos e inventarios óptimo.

Cada una de las metodologías usadas específicamente para lograr la optimización buscada se detallará en las siguientes subsecciones, describiendo el proceso que debe efectuarse con ayuda de diagramas de flujo y comparando al final todas las ventajas desventajas e indicadores de cada una.

#### 3.1 Método heurístico Tabú

La explicación general de la metodología empleada para optimizar dos funciones objetivo separadamente: MAPE de pronóstico y costos usando la heurística Tabú, es la siguiente:

- Se generan puntos nuevos asociados a la variable de decisión.
- Se busca el mejor valor objetivo del vecindario del punto respectivo.
- Se crea la lista tabú con cada mejor objetivo.
- Se exploran nuevos puntos, si estos no están contenidos en la lista.
- Se explotan los puntos de forma que se encuentre el óptimo local de cada uno, y si este es mejor al óptimo global de la lista Tabú, se incluye, de lo contrario se omite.
- Se depura la lista eliminando en cada iteración el dato más malo.
- Repetir proceso exploración, explotación, y búsqueda del óptimo local, basado en la memoria almacenada por la lista Tabú.

Se detallará en el siguiente apartado el método aplicado para la función objetivo MAPE a continuación.

##### 3.3.1 Metodología para optimizar el pronóstico de las ventas.

La Figura 1 muestra la forma en que se realizó el pronóstico de ventas, agregando un proceso de optimización. Básicamente se hace una estimación de un modelo con alto nivel de acierto medido por el

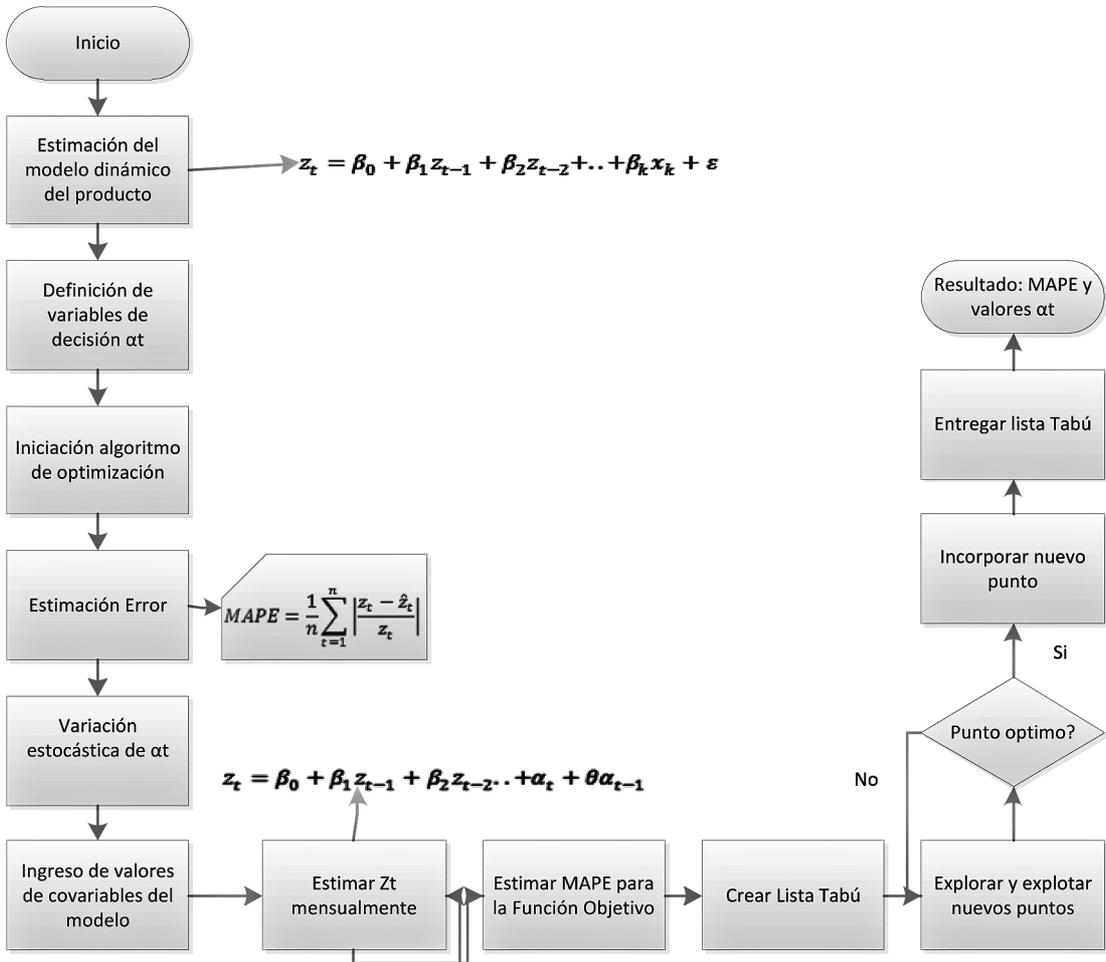


Figura 1. Estimación del modelo dinámico.

MAPE, para los productos asignados por la empresa, lo que genera un insumo del siguiente proceso: las ventas pronosticadas para la optimización de costos.

Se plantea como punto inicial la estimación del modelo dinámico por cada referencia de producto, pasando por la incorporación de este en el algoritmo tabú y finalizando en la obtención del nuevo valor de MAPE.

El proceso se resume en el algoritmo propuesto en la Figura 1, el que parte del ingreso de datos y estimación del modelo lineal dinámico (econométrico), hasta generar una lista con valores de la función objetivo y variables de decisión  $\alpha_t$  respectivos, de tal manera que el menor de todos los valores MAPE estará al final de dicha lista.

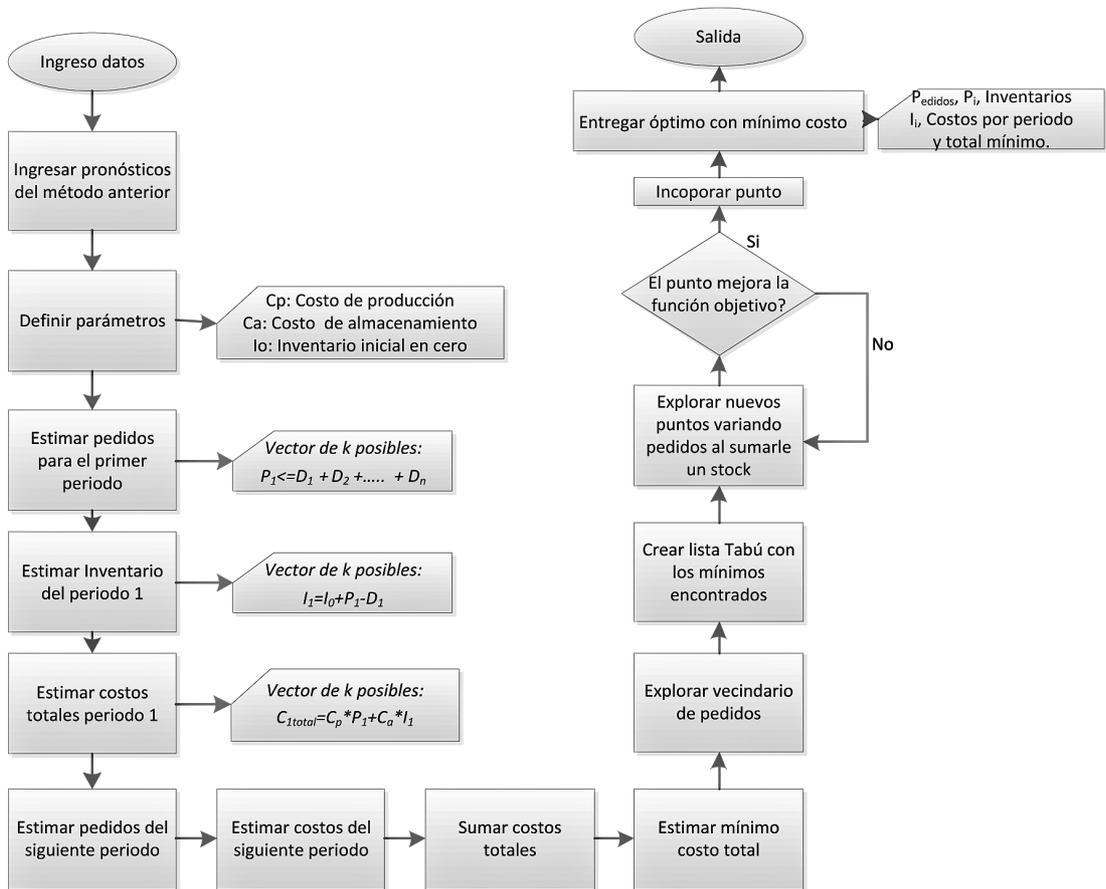


Figura 2. Algoritmo dinámico de costos.

### 3.1.2 Metodología de optimización del modelo de inventarios

En esta sección se hará una explicación sobre la secuencia de actividades realizadas en el algoritmo de optimización del modelo de inventarios, utilizando como herramienta fundamental el lenguaje estadístico R. Teniendo

como datos iniciales los datos suministrados por la empresa y la distribución de las demandas, los cuales harán parte la búsqueda Tabú que dará como solución para la minimización del costo total de los inventarios, como la suma de los costos de producción y de almacenamiento, la cantidad de pedidos y el respectivo costo total. El proceso se resume como se observa en la

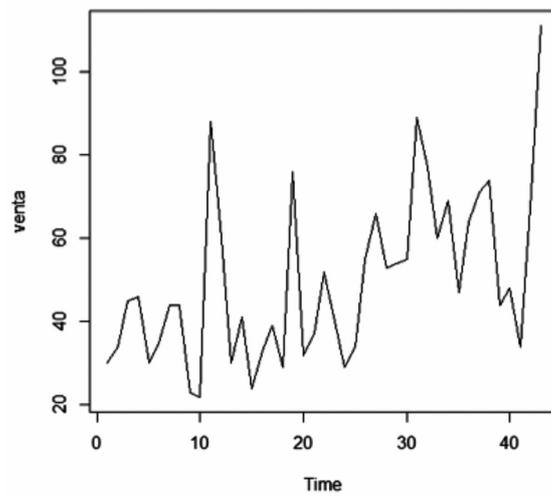


Figura 3. Tiempo vs ventas 2007-2010 para producto *M*.

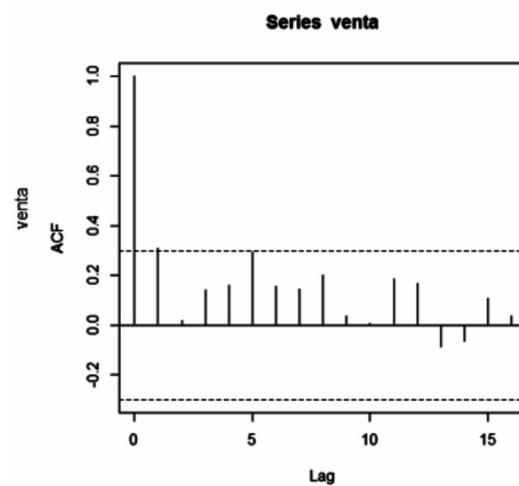


Figura 4. Función de autocorrelación muestral, producto *M*.

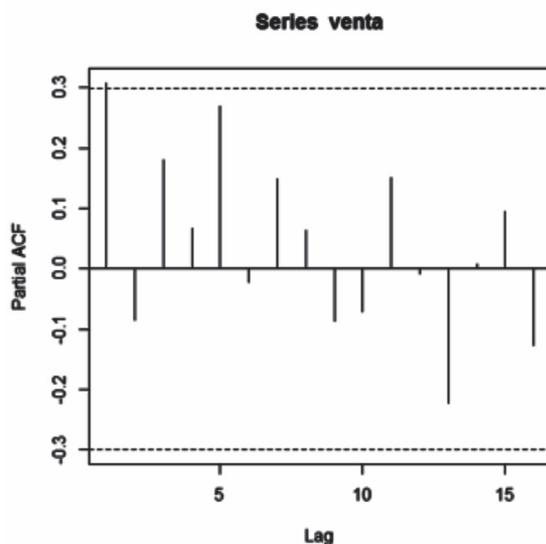


Figura 4. Función de autocorrelación parcial, producto *M*.

Figura 2, partiendo de los pronósticos realizados en el proceso anterior, y entregando una lista con mínimo costo, cantidad de stock, pedidos, y cantidades a almacenar inventarios.

Al finalizar el algoritmo se comparan las cantidades de ventas pedidos con las cantidades reales por periodo y se calculan los faltantes con sus respectivos costos y según esto, se obtiene un costo total final y un servicio, como medida final de desempeño.

## 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 4.1 Estimación de modelos dinámicos.

Las metodologías expuestas anteriormente se aplicaron al producto *M*, proporcionado por la empresa, a partir de los datos de ventas desde el mes de enero del año 2007 hasta el mes de diciembre del año 2010. A partir de estos se generó una ecuación del modelo dinámico, sobre

el cual se hace un proceso de minimización del MAPE obtenido por medio de un algoritmo Tabú.

La figura 3 muestra las ventas del periodo de tiempo 2007-2010 del producto *M*.

No es clara una tendencia pues al final hay un cambio en la variabilidad muy fuerte que, al menos a simple vista no permitiría hacer una predicción de su futuro comportamiento. Esto indica que puede ser conveniente hacer una transformación a la serie, como su logaritmo natural.

La Figura 4 muestra los valores de autocorrelación de la serie tiempo, mostrando que la mayoría de valores se encuentran dentro de las bandas de confianza, sólo se observa el valor de autocorrelación de orden 1 por fuera.

La Figura 4 sugiere entonces que el retardo  $Y_{t-1}$  puede ser una variable explicativa para el modelo de pronósticos, dado que se ve correlación significativa de orden 1. A pesar de esto, el logaritmo natural de la serie muestra dependencia de orden 2, así que  $Z_{t-2} = \ln(Y_{t-2})$  es una posible variable explicativa de para explicar dicha variable transformada.

**Tabla 1.** Análisis de varianza, producto *M*.

	<b>Suma de cuadrados</b>	<b>Grados de libertad</b>	<b>Valor del estadístico F</b>	<b>Valor P</b>
Intercepto	6,6436	1	58,7250	3,173e-09
T	1,9481	1	17,2198	0,0001807
Z <sub>t-2</sub>	0,3116	1	2,7541	0,1052377
Residuales	4,2990	38		

**Tabla 2.** Modelo de regresión lineal, producto *M*.

	<b>Coefficientes estimados</b>	<b>Error Estándar</b>	<b>Valor del estadístico t</b>	<b>Valor P</b>
(Intercept)	4,3894	0,512786	7,663	3,173E-09
T	0,020932	0,005044	4,150	0,000181
L (log(venta),2)	-0,26925	0,162243	-1,660	0,105238

**Tabla 3.** Pruebas de supuestos del modelo, producto *M*

<b>Prueba</b>	<b>Supuesto</b>	<b>Valor P</b>
Jarquebera	Normalidad de los residuales	0,6775
Box-Pierce test	Correlación de los residuales con 20 (rezagos)	0,9522

**Tabla 4.** Parámetros  $\alpha_t$  obtenidos para el producto  $M$ .

Mes	$\alpha_t$	Mes	$\alpha_t$
Enero	-0,135482017	Julio	0,22052559
Febrero	0,348560902	Agosto	0,46792823
Marzo	0,009280379	Septiembre	-0,10888607
Abril	0,225943197	Octubre	0,45491228
Mayo	0,489397887	Noviembre	0,13833108
Junio	0,038824868	Diciembre	0,48516671

La Figura 5 muestra la autocorrelacion parcial de la serie de tiempo.

En la gráfica se puede apreciar, que los datos se mantienen dentro de las bandas, así mismo, un decrecimiento lento de los datos, luego del primer rezago.

#### *Tabla de análisis de varianza*

Al estimar el modelo lineal dinámico, se calcula la tabla de análisis de varianza (ANOVA), con la respuesta transformada:  $Z_t = \ln(Y_t)$  y con las variables explicativas: tiempo y el  $Z_{t-2} = \ln(Y_{t-2})$ . Esta tabla ANOVA con sumas tipo III, permiten analizar las pruebas de significancia para cada una de las variables explicativas incluidas, con un nivel de confianza al 90%. La prueba de significancia de cada variable cuantitativa puede realizarse al contrastar las siguientes hipótesis  $H_0$  (nula) con  $H_1$  (alternativa):  $H_0: \beta_i=0$  versus  $H_1: \beta_i \neq 0$ , también: La  $i$ -ésima variable no es significativa, vs es significativa. Rechazar  $H_0$  implica que la variable tendría entonces significancia estadística para explicar el comportamiento de la variable respuesta.

El estadístico de prueba mostrado en la Tabla 1, es el valor F, cuyo Valor P debe compararse con

el nivel de significancia  $\alpha= 10\%$  (0.1). En este caso, todos los valores de la última columna de izquierda a derecha son menores a 0.1, por tanto, las variables explicativas del modelo estimado son significativas.

El valor del MAPE ajustado para el conjunto de datos utilizados (2007-2010) fue del 28,02% por lo que se toma la decisión de realizar un proceso que parte de escribir la ecuación del modelo de regresión obtenido, con los coeficientes estimados en la Tabla 2.

Obteniendo así la Ecuación (6):

$$Z_t = 4,3894 + 0,020932t - 0,26925z_{t-2} \quad (6)$$

Donde  $Z_t$  es para este modelo, el logaritmo natural de las ventas, en el periodo  $t$  correspondiente.

Los efectos del modelo representan:

$\beta_0 = 4,3894$ , corresponde al valor medio de la serie cuando las covariables se hacen cero.

$\beta_1 = 0,020932$ , indica un incremento que acompaña al tiempo, mostrando una tendencia creciente.

**Tabla 5.** Comparación MAPE.

Producto	MAPE preliminar	MAPE optimizado
M (elegido)	27,8%	2,647%

**Tabla 6.** Pronósticos de las ventas para 2012, producto M

Mes	Pronóstico
Enero-12	67

**Tabla 7.** Comparación de costos Totales para enero y febrero de 2012, producto M

Costo Total Pronosticado propuesto	Costo Total Método 1	Costo Total Real
\$42309325,20	\$52737851,00	\$66145920,00

$\beta_2 = -0,26925$  que acompaña el retardo de orden 2, muestra el efecto de dos términos pasados de la serie sobre el valor en t.

Esta ecuación del modelo dinámico se utiliza para realizar el pronóstico de venta para el año 2010 reemplazando los respectivos valores en esta y agregando un valor de ruido estacional:  $\alpha_t$ .

La Tabla 3 muestra las pruebas de validación de los residuales para el modelo del producto M.

Se puede ver entonces, que al realizar las correspondientes pruebas de hipótesis se acepta  $H_0$ , es decir, el valor P de la prueba correspondiente es mayor a 0,05, concluyendo que el modelo tiene normalidad e incorrelación en los residuales.

## 4.2 Algoritmo Tabú

Luego de realizar las pruebas anteriores, se procede a utilizar dicho modelo en un algoritmo tabú, que permita minimizar el MAPE anterior y así mismo obtener los valores de las variables de decisión  $\alpha_t$  buscados para luego realizar el pronóstico para el año 2011. Estos parámetros  $\alpha_t$ , serán considerados en cada uno de los modelos dinámicos como un stock de seguridad de inventarios.

Obteniendo los valores de  $\alpha_t$  como se aprecia en la Tabla 4.

Para el producto M, los parámetros  $\alpha_t$  se incorporan al modelo (7) o (8) según el mes que se pronosticará. Para enero y febrero esta será:

$$Z = 4,3894 + 0,020932t - 0,26925z_{t-2} + \alpha_t \quad (7)$$

A partir del mes de marzo debe utilizarse la ecuación:

$$Z = 4,3894 + 0,020932t - 0,26925z_{t-2} + \alpha_t + (0,1 * \alpha_{t-1}) \quad (8)$$

Es decir, una ecuación diferente por mes.

Estos parámetros  $\alpha_t$  son considerados en el modelo lineal dinámico como un ruido estacional o también, stock de seguridad estacional, dado que alimentan el valor de la demanda final  $Y_t$ , y son estacionales dado que capturan un nivel que varía de un mes a otro.

En la Tabla 5 se muestra una comparación del MAPE de ajuste de los datos usando el modelo inicial sin parámetros (27.8%) y su optimización con los parámetros  $\alpha_t$  hallados por medio del algoritmo diseñado para el año 2011 (2.647%).

En la tabla 5 se ve con claridad la eficiencia del algoritmo, pues reduce en un 25% aproximadamente el error del primer modelo.

Dado que la función objetivo del algoritmo era el MAPE y que este algoritmo fue capaz de encontrar una reducción de aproximadamente 25%, al compararlo con el modelo estimado inicial estimado con el software y que además, dura segundos en la búsqueda, se muestra que tiene una eficiencia muy alta para encontrar mejoras en el modelo, que permitan un pronóstico más acertado mes a mes.

Los valores de parámetros  $\alpha_t$  en las respectivas ecuaciones del modelo obtenido anteriormente, permiten hacer un pronóstico para los meses de enero y febrero del año 2012 (ver Tabla 6), los cuales serán el principio para la formulación de un algoritmo tabú, que tenga como función objetivo minimizar los costos de este lapso de tiempo.

### 4.3 Optimización de costos

En esta sección se mostrarán los resultados a partir del algoritmo Tabú que se ha diseñado para la optimización.

#### *Resultados de la optimización de costos con metodología de optimización Tabú.*

Los pronósticos previos son el punto de partida para establecer los rangos de variación de la demanda que será considerada para optimizar los inventarios en este algoritmo, considerando también parámetros iniciales como costo de mantener y costo de producción.

El proceso de optimización con el algoritmo usado muestra en sus resultados que deben emitirse dos pedidos, uno por mes, para lograr un menor costo. Dicho proceso encontró que el primer pedido debe ser de 79 unidades y el segundo de 85 unidades, lo que arroja un total de 164 unidades en ambos meses. El valor real total es de 163 unidades en proporciones muy similares, luego, se logra cumplir el pedido de ambos meses en un 100%.

Esta información es almacenada en Excel y permite hacer el cálculo del costo por faltantes y a su vez el costo total, el cual nos va a permitir hacer la comparación con la información real suministrada por la empresa (ver Tabla 7).

El Costo Total Método 1 mostrado en la tabla 7 es el resultado de implementar sólo un modelo de series de tiempo SARIMA en la empresa, presentado en el trabajo de grado de González & Franco (2013), y se muestra también el costo real en la última columna. En el trabajo de grado mencionado, se demuestra que al implementar modelos de pronósticos se reducen los costos de los inventarios; pero en este artículo se demuestra cómo agregando un proceso de optimización a un modelo de pronóstico y además, al usar una metaheurística para optimizar un modelo de inventarios, se logra un mejor resultado que el mostrado en dicho trabajo.

Acorde con el costo total pronosticado propuesto, se reducen los costos reales en \$10.428.525,80 con relación a lo que dicho trabajo de grado había propuesto. El algoritmo metaheurístico Tabú adaptado a este modelo, sí muestra alta eficiencia para la mejora del manejo de los inventarios.

## 5. DISCUSIÓN

La optimización mostrada tiene gran aplicación en industrias manufactureras. Sin embargo, el algoritmo de optimización usado puede ser adaptable para otro tipo de procesos. La implementación de nuevas técnicas estadísticas como lo puede ser el cambio de distribución probabilística, o dirección de búsqueda, podría dar aún mejores resultados que los obtenidos.

Este trabajo abre la posibilidad de experimentar con metodologías metaheurísticas que muchas veces no se tienen en cuenta a nivel empresarial, pero pueden llegar a mostrar excelentes resultados. De igual forma cabe destacar la utilización del software R, el cual se convierte en una herramienta con mucha versatilidad y quizás más importante su libre acceso, que para pequeñas empresas significa ahorro de gastos en la compra de licencias de software.

## 6. CONCLUSIONES

La metodología diseñada de optimización con algoritmo Tabú muestra un muy buen desempeño, tanto al aplicarse a la minimización del MAPE del modelo de pronósticos modificado, como a los costos de inventarios. Esto sugiere que este tipo de técnicas son el mejor camino en busca de una optimización general en el manejo de inventarios.

El algoritmo hace una exploración adecuada que le permite ir encontrando mejores resultados, los cuales pueden implementarse en R u otro lenguaje que permita una programación similar, ya que se explicaron los pasos para llevar a cabo la metaheurística diseñada.

Este trabajo propone un método metaheurístico que se adaptó en primer lugar, al modelo lineal para pronósticos, mejorando su acierto, y en segundo lugar, al proceso de minimización de costos totales de inventarios, mejorando en conjunto, el valor de costos totales de inventarios, cuando se comparó con dos escenarios: los costos reales de la empresa y los encontrados con la propuesta de pronósticos del trabajo de grado de Gonzáles y Franco (2013).

Las dos implementaciones que se hicieron acerca de la metodología tabú, tanto para la minimización del MAPE, como en la minimización de costos, presenta una gran eficiencia, ya que el algoritmo hace una exploración adecuada que le permite ir encontrando mejores resultados. Los cuales a su vez pueden ir siendo comparados e implementados tanto en Excel como en el lenguaje R.

La exploración de metodologías estadísticas y heurísticas no termina aquí, se invita a otros estudiantes o investigadores a continuar con la exploración de estas técnicas, para lograr mejores resultados de los obtenidos aquí, que sean de utilidad y se puedan aplicar a la realidad de una empresa.

## BIBLIOGRAFÍA

- Azadeh, A., & Maghsoudi, A. (2010). Optimization of production systems through integration of computer simulation, design of experiment, and Tabu search: the case of a large steelmaking workshop. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 48(5-8), 785-800.
- Caridad y Ocerin, J. (1998). *Econometria: Modelos Econométricos y series temporales*. R. S.A.
- Chelouah, R., & Siarry, P. (2005). A hybrid method combining continuous tabu search and Nelder–Mead simplex algorithms for the global optimization of multimimima functions. *European Journal of Operational Research*, 161(3), 636–654.
- Glover, F. (1986). Future Phats for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers & Operations Research*, 533-549.
- González, J. C., & Franco, J. (2013). *Propuesta metodológica para la optimización de inventarios utilizando modelos de series temporales*. Medellín, Colombia: Universidad Pontificia Bolivariana.
- Hanke, J. E. (2006). *Pronósticos en los negocios*. Octava edición. México: Pearson Educación.
- Heizer, J., & Render, B. (2009). *Principios de Administración de Operaciones*. Séptima Edición. México: Pearson Educación.

- Hernandez, A., & Guerrero, F. M. (2006). Algoritmo Tabú para un problema de distribución de espacios. *Revista de Métodos Cuantitativos para la economía y la empresa*, 25-37.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2002). Teoría de Inventarios. En *Investigación de Operaciones* (págs. 954-955). México: McGraw Hill.
- R Development Core Team. (2008). *R Foundation for Statistical Computing*. Obtenido de <http://www.R-project.org>
- Ramos, A. (27 de Marzo de 2013). *Universidad Pontificia Comillas*. Recuperado el 18 de Septiembre de 2013, de [http://www.iit.upcomillas.es/aramos/simio/transpa/t\\_inv\\_ar](http://www.iit.upcomillas.es/aramos/simio/transpa/t_inv_ar)
- Saldarriaga, D. L. (2006). Planeación, gestión y control de inventarios. *Zona Logística*, 14-15.
- Sarimveis, H., Patrinos, P., Tarantilis, C., & Kiranoudis, C. (2008). Dynamic modeling and control of supply chain systems: A review. *Computers & Operations Research*, 35(11), 3530-3561. doi10.1016/j.cor.2007.01.017.
- Sethi, S. P., Yan, H., & Zhang, H. (2003). Inventory models with fixed costs, forecast updates, and two delivery modes. *JSTOR*, 321-328.
- Simchi-Levi, D., Kaminski, P., & Simchi-Levi, E. (2008). *Designing and Managing the Supply Chain*. McGraw-Hill. doi:978-0-07-298239-8

## **SOBRE LOS AUTORES**

**Marisol Valencia C.**, máster en Ciencias-Estadística, Docente investigadora y estudiante de Doctorado en Ingeniería-Industria y Organizaciones, Universidad Pontificia Bolivariana, Colombia.  
correo electrónico: mvalencia@unal.edu.co

**Daniela Gonzalez L.**, Estudiante de Ingeniería Industrial, Universidad Pontificia Bolivariana. Correo electrónico: danigonzales91@hotmail.com.

**Juan Esteban Cardona R.**, Estudiante de Ingeniería Industrial, Universidad Pontificia Bolivariana. Correo electrónico: juan0792@hotmail.com

