

## EL CONCEPTO DE ESPACIO EN MATEMÁTICA Y GEOGRAFÍA

*Edwin Artavia Campos  
Carmen Liddy Fallas Jiménez*

### Introducción

En las diversas áreas del conocimiento existen conceptos básicos que luego van a relacionarse con principios, fórmulas, leyes, hasta llegar a constituir la teoría. Si un alumno no posee estos conceptos no podrá comprender el sistema de la Ciencia de que se trate. Al respecto puede decirse que el conocimiento está organizado como una estructura coherente en la que ningún concepto puede existir aislado, sino que se basa y está construido sobre una red completa de otros conceptos anteriores (Mira, 1989).

Tanto en la enseñanza de la Matemática como en la enseñanza de la Geografía el concepto de espacio es una de las abstracciones más importantes que el alumno debe alcanzar para comprender mejor los fundamentos de estas asignaturas y para alcanzar una visión objetiva del mundo.

Lawrence (1982) considera que hay determinados conceptos básicos que impregnan, y en gran medida controlan, toda la estructura de nuestro pensamiento adulto ordinario. Los principales, entre estos conceptos, son las nociones de espacio y tiempo, de número, orden y medida, de forma y tamaño y las ideas de las nociones lógicas fundamentales: el todo y las partes, las clases.

Estos conceptos son los que nos proporcionan el marco de referencia coherente de nuestro mundo normal del pensamiento mediante el que ordenamos e interpretamos toda la sucesión de impresiones y experiencias que se presentan frente a nosotros.

La construcción efectiva de un sistema conceptual es algo que cada niño debe hacer y al educador le corresponde crear las condiciones para que la estructura construida sea lo más rica posible.

A continuación se presenta una reflexión de lo que significa el espacio para el niño en edad escolar y las etapas por las que pasa al alcanzarlo. Esto ayudará a que los profesores programen mejor las actividades que propondrán a sus estudiantes con miras a alcanzar un óptimo desempeño en Matemática y Geografía.

### El espacio para el niño

El concepto de espacio implica un proceso de abstracción y generalización bastante complejo pero que se alcanza más rápidamente si el niño encuentra en su vida escolar una variedad de experiencias estimulantes.

Un concepto consiste en una generalización sobre una serie de datos relacionados. Es una representación intelectual, idea o imagen interna de un objeto o un fenómeno real, (Galo, 1987). Vale destacar que un concepto es una idea y que el nombre de un concepto es una palabra. Mira, (1989) nos dice que los niños aprenden muy pronto las palabras, y que la capacidad para utilizar una palabra no implica necesariamente que hayan aprendido el concepto. Los conceptos proceden de las percepciones, del contacto con objetos, de situaciones vitales y de distintas clases de acciones realizadas.

Desde el punto de vista geográfico el espacio es el ámbito o el escenario donde se desarrolla la vida. Se presenta como el soporte de unos sistemas de relaciones físicas y humanas, y posee las características de ser localizable, concreto, cambiante y diferenciado (Dollfus, 1980). Para los matemáticos el espacio es algo más, ya que comprende lo que se percibe y lo que se abstrae, las formas ya que no reciben un contenido concreto, sólo contienen relaciones; se trata del cuadrado, del rombo, del polígono regular, etc.

La percepción del espacio la alcanza el niño mediante experiencias relacionadas con las exploraciones del medio en que vive y se relaciona. El niño se sitúa en el espacio y lo reconoce, su percepción del mismo pasa por tres momentos: espacio vivido, espacio percibido y espacio concebido (Hannoun, 1977). El espacio vivido es la etapa del "aquí", implica la experiencia directa del niño en relación con el medio. La etapa de lo percibido es la etapa del "allá", el niño es capaz de percibir el espacio sin tener que experimentarlo biológicamente. Por último, el espacio concebido tiene que ver con la abstracción matemática.

Para que el niño tome conciencia de sí mismo y del mundo que lo rodea, Bale (1989) considera necesario ayudarlo a percibir las estructuras básicas o fundamentales del espacio en que se mueve. De esta forma se desplazará en él, se acercará a los objetos y los tocará; los cambiará de posición hasta captar las estructuras del espacio. No es necesario que describa todos los materiales que tiene a su disposición, sino simplemente que juegue y trabaje con ellos; que distinga las nociones de interior y exterior, encima y debajo, delante y detrás, derecha e izquierda, en relación con sí mismo y con un objeto o persona. (Dienes, 1976) nos dice que los conceptos no se enseñan, lo único que podemos hacer es crear y presentar las situaciones y experiencias que ayuden a los niños a formularlos.

La percepción objetiva del espacio permite al niño desarrollar la capacidad de observación en la que describir e interpretar lo observado le ayudan a distinguir y organizar elementos. Esta objetividad se alcanza a medida que se supera el egocentrismo.

La etapa egocéntrica en relación con el espacio provoca que el niño no sea objetivo puesto que no puede salirse de sí mismo; esto hace que se fusione con el medio y que no pueda salirse de él. Por ello, vive el espacio biológica y afectivamente pero no lo conoce. Esta situación se torna más dramática por la presencia del sincretismo cuyos rasgos más destacados de acuerdo con Cembranos y Gallego (1982) son:

- asociación arbitraria de elementos
- generalización defectuosa
- incapacidad para el razonamiento abstracto

- pasividad o receptividad más que transformación general de los datos
- más expectación que intereses.

A medida que se supera el egocentrismo, el niño vence la subjetividad y capta las propiedades objetivas de las cosas. La imagen del mundo cambia gracias a que es capaz de observar la realidad como algo independiente y fuera de sí mismo. Con el desarrollo de una visión más realista del mundo, el pensamiento se vuelve más analítico y junto a ello se da también una mayor disposición a la observación que conducirá al niño hacia la discriminación combinatoria, definida por Secadas (1973) como "la capacidad por pormenorizar, matizar, captar detalles dentro de un conjunto. Sin detrimento de la unidad que los integra" (págs. 48-49). Esta discriminación permite:

- a. El desarrollo de la memoria combinatoria, a través de la cual el niño es capaz de referirse a la cualidad, la forma, el tamaño de los objetos. Esto tiene repercusión directa con el concepto de espacio.
- b. Diversificar los distintos modos de reacción posible que se evidencian en mayor destreza para manipular objetos, lo que demuestra un aumento de las habilidades psicomotrices. Como consecuencia, el niño encuentra satisfacción en los juegos de desplazamiento, en las excursiones o salidas de campo que le familiarizan con el espacio en que se mueve (Remplein, 1980).
- c. Localizar los sectores de la realidad. Cabello y Cela (1985) consideran que la localización de los distintos sectores de la realidad nos lleva a distinguir aspectos y contraponer elementos. "Localizar equivale a fijar espacialmente cada grupo de elementos para descubrir los conjuntos o poder trabajar con cada uno de ellos por separado" (Cembranos y Gallego, 1982, p. 23)

La localización lleva como referencia inmediata al dominio de la lateralidad, pues la primera distinción que debe adquirir el niño es la que se establece con su propio cuerpo. Para

Graves (1985) el dominio de la derecha o la izquierda contribuye a la orientación en el medio físico y a consolidar la aptitud numérica puesto que el empleo del número y el manejo de las operaciones elementales suponen una capacidad de localización bien desarrollada.

- d. Clasificar, medir, combinar, utilizar correctamente los números. Hay que recordar que el niño posee una inteligencia que en los primeros años de vida escolar trabaja con multitud de elementos en proceso de integración y desintegración que provoca la tarea de organización (Biehler, 1980). Estos elementos se pueden organizar en conjuntos con ciertas propiedades comunes. Así surge la actividad combinatoria de elementos en la que es necesario estar en contacto con ellos, tocarlos, verlos, jugar con ellos.

La adquisición del concepto de espacio, según Piaget (1978), hace que el niño pase de la acción a la representación adecuada de la realidad, lo cual implica una objetivación en sus relaciones con el mundo. En este sentido las operaciones concretas forman la transición entre la acción y las estructuras lógicas más generales. Se caracterizan fundamentalmente por agrupamientos, encadenamientos progresivos de múltiples clases (adición, multiplicación) e incluso operaciones de reversibilidad.

Las principales operaciones que el niño realiza son: seriación, clasificación, construcción del número, estructuración del espacio, estructuración de la velocidad y el tiempo, reversibilidad y conservación. De esta forma, a través del manejo de los objetos, el niño logra precisar la relación de los objetos consigo mismo. Esta experiencia es la que él integrará en los esquemas de espacio y acabará generalizando el concepto.

En Geografía esta evolución se aprecia cuando el niño es capaz de comprender que ciertos conceptos incluyen a otros. Así, puede empezar a comprender que la superficie terrestre puede dividirse en continentes, y que cada continente consta de varios Estados ( $C=E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_n$ ), y que cada Estado está normalmente subdividido en provincias, cantones, distritos, etc. ( $E=P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n$ ). Normalmente, empiezan a compren-

der lo que en realidad son pares de subclases; por ejemplo, casas independientes y casas que no lo son, prados y tierras cultivables, autopistas y carreteras.

También los niños empiezan a ser capaces de ordenar datos de acuerdo con el tamaño de cada uno. Esto se aplica a longitudes, áreas o volúmenes y es importante para comparar el tamaño de países, la producción de determinados bienes o el número de habitantes que poseen. Además es importante cuando el niño puede conservar la idea del total de habitantes de un país no importa las sustituciones que hagamos; por ejemplo, la población de Costa Rica es constante no importa la distribución que hagamos: costarricenses que viven en zonas urbanas o en zonas rurales, costarricenses mayores o menores de veintiún años.

Dentro de este mismo proceso de transición hacia estructuras lógicas, el niño logra entender relaciones simétricas; así se da cuenta de que la distancia entre el punto A y el punto B es la misma que hay entre el punto B y el punto A. O dicho de otro modo, comprende que aun cuando el viaje de vuelta entre San José y Puntarenas parece más corto (o más largo) que el viaje de ida, no puede haber diferencia en la distancia recorrida si se fue por la misma carretera. A esta capacidad se le une la comprensión de que una operación seguida de su inversa queda anulada; por ejemplo, si nos trasladamos cinco kilómetros al Oeste y después cinco kilómetros al Este, nos quedaremos donde estábamos: a cero kilómetros del lugar de origen.

Por último puede citarse que el alumno de la escuela primaria, conforme avanza en su percepción del espacio, está en capacidad de trabajar con base en ciertos criterios lo que permite la multiplicación de clases. Así, será factible que llegue a citar el nombre de países de América del Norte que tengan una población mayor a diez millones de habitantes y cuya lengua sea la inglesa. Además, esto a su vez conduce a la multiplicación de series, es decir, la capacidad de seleccionar un elemento determinado con base en dos o más criterios (Graves, 1985). El mejor ejemplo de esto es la capacidad de localizar puntos en un mapa mediante un sistema de referencia como la red de coordenadas geográficas o bien el sistema de pares ordenados.

Vale destacar que no hay un espacio absoluto y, por tanto, cabe esperar que la noción que la gente tiene del espacio varíe considerablemente en función del entorno cultural del que provenga y, en el caso de los niños, cabe esperar que en los diversos estadios del desarrollo cognoscitivo tengan distintas percepciones del espacio (Graves, 1985).

Al alcanzarse el concepto espacial, el niño evidencia habilidad gráfico-estructural y aptitud numérica. La habilidad gráfico-estructural se manifiesta en la capacidad de fijarse y retener estructuras poligonales, interpretarlas y representarlas gráficamente y en la posibilidad de moverse en el mundo de la figuración sin tener que recurrir constantemente al mundo tangible, lo cual facilita el uso de mapas por parte del niño. Por su parte, la aptitud numérica permite la introducción del alumno en el lenguaje matemático lo que se evidencia en la combinación, agrupación y enumeración de elementos (Piaget, 1976).

La habilidad que demuestra el niño de manejar mayor número de elementos le estimula al empleo de la medida y de los diferentes conjuntos numéricos (Cabello y Cela, 1985). Su interés se centra en las materias escolares relacionadas con el cálculo, la representación espacial, la comprensión y el manejo experimental de procesos; a la vez la comprensión espacial lo lleva a interesarse por los fenómenos del mundo físico o social.

### Objetivos relacionados con el espacio

Autores como Piaget (1976), Graves (1985), Mira (1989) concuerdan en que en la escuela primaria los objetivos que se plantean en torno al espacio son los siguientes:

- captar elementos topológicos de la realidad
- formar y desarrollar la estructura espacial
- iniciar al alumno en la apreciación de distancias
- reconocer líneas
- identificar polígonos y algunos cuerpos geométricos

Estos objetivos se logran en la medida en que se parta de la realidad y se evolucione hacia lo que Piaget define como la función

simbólica a través de la cual el niño evoca en su interior una imagen que sea símbolo de un hecho no presente.

El maestro debe recordar que el niño de 1<sup>er</sup> ciclo centra su interés espacial en lo que "está aquí". Está interesado en el espacio que él ocupa de forma inmediata; por ello le agrada captar elementos topológicos de su realidad y dibujar sencillos mapas o caminos, donde reflejará sus propios movimientos, por ejemplo, de su casa a la escuela.

La observación del entorno también proporciona la génesis de los conceptos numéricos no cuantitativos como: grande, pequeño, algunos, pocos; y esto a su vez ayuda al niño al realizar clasificaciones de objetos en forma libre y de acuerdo con clases y subclases (Zuhelder, 1975). Además el niño logra ir alcanzando la correspondencia cardinal y formando nociones geométricas que le permiten (Piaget, 1975):

- Situarse con respecto a los objetos de su entorno.
- Lograr representaciones mentales y concretas de la organización de los objetos en el espacio.
- Trabajar sobre los objetos.

### Contenidos adecuados para alcanzar la noción de espacio

Siguiendo a Cabello y Cela (1985) podemos decir que los contenidos que ayudan a consolidar la noción de espacio son los siguientes:

- Localización en el espacio, respecto de regiones: "dentro de", "fuera de", "encima de", "debajo de", "interior a", "exterior a", "sobre".
- Realización de desplazamientos libres en el espacio.
- Situación en el espacio: posiciones.
- Reconocimiento de la posición de un objeto en el espacio: vertical, horizontal, inclinado.
- Localización de los objetos en el espacio.
- Situación en el espacio en relación con un objeto o con una persona concreta.
- Situación de objetos en el espacio en relación con otros objetos.

- Distinción de objetos situados a la izquierda y a la derecha de un objeto o de una línea.
- Reconocimiento de caminos.
- Dados dos caminos, distinguir el más largo y el más corto al compararlos entre sí.
- Dibujo de mapas sencillos o caminos.
- Reconocimiento del "borde" de una región.
- Distinción de líneas abiertas y cerradas.
- Reconocimiento de líneas poligonales.
- Distinción de líneas poligonales abiertas y cerradas.
- Experiencias con medidas.
- Identificación de polígonos hasta el pentágono.
- Identificación de algunos cuerpos geométricos: cubo, prisma, pirámide, esfera, cono.

### Actividades que se pueden realizar en la escuela primaria

Las primeras actividades en la Escuela Primaria se relacionan con la toma de conciencia del espacio corporal. Para ello se parte de juegos y prácticas en los que se ejercita la lateralidad, fundamentalmente se emplean nociones de izquierda y derecha. Esto conduce a una primera división del espacio en dos partes asimétricas y esa división es el rudimento, aún muy débil, del futuro análisis que conducirá al niño al reconocimiento del espacio matemático.

Posteriormente el niño pasa a la orientación en el espacio donde se comienzan a manejar categorías de profundidad y anterioridad. Actividades en las que el niño emplee nociones como; lo alto de..., la cima de..., debajo de ..., encima de ..., sobre..., el fondo de ..., delante de ..., detrás de ..., hacia adelante ..., por detrás ..., al revés ..., el reverso de ..., etc. son muy útiles.

Una vez lograda la orientación en el espacio, el niño pasa a observar el objeto en el espacio. Para ello necesita tres categorías fundamentales: interioridad (dentro, adentro, en el interior), exterioridad (fuera de, afuera, al exterior) y delimitación (final, límite, perímetro, a lo largo de, alrededor de). Esto a su vez nos lleva a las distancias, los intervalos y la

medida, que permiten la introducción de nociones de proximidad (al lado de, más cerca de, aquí, éste, no tan lejos), y de alejamiento (lejos de, menos cerca de, allá, aquel).

Por último, el maestro debe conducir al niño a la descripción verificadora a través de la representación gráfica del objeto o del ser vivo. Hay que tener presente que describir es ante todo organizar un espacio; por ello los dibujos que los niños hagan de las observaciones que realizan nos permiten saber hasta qué punto los niños reconocieron aspectos como delante, atrás, distancias entre dos cosas, etc.

Algunas ideas para practicar las nociones de espacio pueden ser:

- El aula: determinar si es un espacio abierto o cerrado. Si las ventanas están abiertas o cerradas. Determinar quiénes se encuentran adentro, qué hay afuera, cuáles son los límites.

También pueden hacerse prácticas de "veo" que permiten localizar objetos que están dentro de la clase.

El niño también gusta de definir su propio territorio en la clase, esto le ayuda a determinar cuán pequeño puede ser y a saber cuáles son sus compañeros más cercanos, y quiénes están más lejos.

- Con objetos: se colocan cerca (proximidad), se reconocen formas. Además, colocar objetos en series (orden), realizar acciones de introducir o sacar objetos de una caja. Puede también pedírseles a los niños que contemplen y dibujen objetos desde diferentes ángulos, plegar o desplegar papeles, cortar objetos para observar las diferentes secciones, ampliar y reducir figuras, hacer girar figuras alrededor de un punto o de un eje. Estas acciones tienden a desarrollar los conceptos proyectivos.

Además pueden dibujarse figuras semejantes, reconocer líneas horizontales y verticales, efectuar mediciones.

- La observación: ésta puede ser directa o indirecta y los momentos que debe contemplar son: observar, describir e interpretar. Puede comenzarse con recorridos por la escuela y los alrededores y la con-

fección de croquis y planos en los que el niño precisa el lugar de objetos en el espacio y también precisa distancias y nociones de escala.

También a través de láminas o dibujos el niño puede reconocer figuras, distancias tamaños, etc.

## Conclusión

Tanto en Matemática como en Geografía, el aprendizaje sigue una dirección hacia una abstracción cada vez mayor que conduce al desarrollo de la conceptualización espacial.

Para favorecer una correcta formación de conceptos, es necesario que el educador tome en cuenta el nivel de maduración de sus alumnos analizando las manifestaciones externas alcanzadas por ellos (cómo resuelven las situaciones, cómo interpretan los hechos, cómo razonan, etc.). También ha de proporcionar el material adecuado y organizar todo tipo de actividades para que los niños puedan establecer nuevos conceptos o utilizar los ya asumidos efectuando experiencias de tipo físico y lógico-matemático.

En la experiencia física las actividades irán dirigidas a la observación y manipulación de los objetos, para descubrir sus propiedades. En la experiencia lógico-matemática se establecen relaciones entre objetos y se determinan sus propiedades. De esta forma el niño también podrá aprender Geografía gracias a que puede leer mapas y representar en ellos datos espaciales. El pensamiento lógico-matemático también permitirá que el niño perciba pautas y relaciones espaciales de diversa índole.

Las experiencias que se le presenten al niño serán las que permitan llegar al pensamiento intuitivo el cual facilita la evocación de objetos o acontecimientos, como la construcción de esquemas de conocimiento cada vez más coherentes.

## Bibliografía

Bale, J. *Didáctica de la Geografía en la Escuela Primaria*. Morata, Madrid, 1980.

Biehler, R. *Introducción al desarrollo del niño*. Diana, México, 1980.

Cabello, T. y Cela, P. *Sentido de la matemática en preescolar y ciclo preparatorio*. Narcea, Madrid, 1985.

Cembranos, C. y Gallegos, P. *Desarrollo psico-evolutivo en el ciclo medio*. Narcea, Madrid, 1982.

Dienes, Z.P. *Los primeros pasos en matemática: exploración del espacio y práctica de la medida*. Teide, Barcelona, 1976.

Dollfus, O. *El espacio geográfico*. Oikos-tau, Barcelona, 1980.

Galo de Lara, C.M. *Situaciones y destrezas didácticas*. Editorial Piedra Santa, Guatemala, 1987.

Chaves, N. *La enseñanza de la Geografía*. Visor Libros, Madrid, 1985.

Hannoun, H. *El niño conquista el medio*. Kapelusz, Buenos Aires, 1977.

Lawrence, E. *La comprensión del número y la educación progresiva del niño según Piaget*. Paidós, Barcelona, 1982.

Mira, M. R. *Matemática "viva" en el parvulario*. Ediciones CEAC, Barcelona, 1989.

Piaget, J. e Inhelden, B. *Psicología del niño*. Morata, Madrid, 1976.

Piaget, J y otros. *La enseñanza de las matemáticas*. Aguilar, Madrid 1978.

Remplein, H. *Tratado de psicología evolutiva*. Labor, Barcelona, 1980.

Secadas, F. *Psicología evolutiva*. Universidad Nacional de Educación a Distancia, Madrid, 1976.