

# PROGRAMA INTERINSTITUCIONAL DE INVESTIGACIÓN Y FORMACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA PI-IFEM

---

## Angel Ruiz

Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas,  
Universidad de Costa Rica.

Escuelas de Matemática de la Universidad de Costa Rica y la  
Universidad Nacional

<http://cimm.ucr.ac.cr/aruiz>

[angelruizz@racsa.co.cr](mailto:angelruizz@racsa.co.cr)

## 1. Descripción

---

Desde hace varios años se ha dado una colaboración estrecha entre investigadores y académicos de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional, el Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas de la Universidad de Costa Rica y el Programa de Enseñanza de la Matemática de la Universidad Estatal a Distancia. Esta colaboración condujo a la idea de un programa interuniversitario de coordinación para potenciar los esfuerzos que individualmente se realizan en estas instituciones y para crear un marco intelectual y académico que sirva de referencia a la investigación y formación en Educación Matemática en el país y la región. Es así como en el 2007 se creó el **Programa Interinstitucional de Investigación y Formación en Educación Matemática PI-IFEM** con el apoyo de investigadores y proyectos de estas tres entidades universitarias. En el año 2008 se integró a estos esfuerzos interuniversitarios la Sección de Matemática de la Sede de Occidente de la Universidad de Costa Rica y el Departamento de Investigación Educativa del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

### Propósitos generales

Este programa es un instrumento permanente de organización académica en la Educación Matemática con carácter interinstitucional que busca:

- Avanzar el conocimiento en esta disciplina (su construcción y divulgación por medio de proyectos, publicaciones, eventos científicos),
- Apoyar los esfuerzos formativos de las unidades académicas participantes,
- Ofrecer al país recursos académicos que permitan avanzar la enseñanza aprendizaje de las matemáticas (materiales de formación para la comunidad de profe-

sores y estudiantes, y propuestas de formación),

- Impactar la disciplina de la Educación Matemática en todo el país y buscará proyectarse fuera de las fronteras nacionales.

El **Programa Interinstitucional de Investigación y Formación en Educación Matemática** organiza académicos e investigadores de la UNA, UCR y UNED y MEP y de todas las instituciones interesadas, en proyectos y actividades de investigación en la Educación Matemática. El programa promueve publicaciones académicas que impactarán la comunidad de educadores de las matemáticas tanto profesores como estudiantes del país, así como busca servir de referencia para las autoridades educativas en el área de la enseñanza de las matemáticas. Por medio de seminarios y otros eventos científicos, acciones informativas y formativas, se impacta en los estudiantes de Enseñanza de la Matemática y también en la labor de los educadores en servicio.



Simposio 23, Sede de Occidente, UCR, 2008

## Objetivos

- Promover la colaboración interuniversitaria e interinstitucional en la investigación y formación en la Educación Matemática.
- Promover la creación de acuerdos de coordinación y colaboración entre entidades e instituciones educativas dedicadas a la investigación y formación en la Educación Matemática.
- Promover, gestar y coordinar proyectos de investigación o docencia en la Educación Matemática en las instituciones participantes.

- Gestar y realizar publicaciones en la Educación Matemática consignent trabajos de investigación.
- Promover, apoyar y realizar eventos académicos (conferencias, seminarios, simposios y otros) en relación con la Educación Matemática.

### Temas centrales

Si bien el Programa Interinstitucional de Investigación y Formación en Educación Matemática asumirá como suyos todos los temas de la Educación Matemática dará especial énfasis a:

- Formación docente inicial y continua en Enseñanza de la Matemática
- Resolución de problemas en la Educación Matemática,
- Reformas curriculares en Enseñanza de la Matemática,
- Pedagogía y didácticas específicas de las matemáticas (geometría, cálculo diferencial e integral, álgebra, estadística, teoría de los números).
- Uso de tecnologías digitales en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas,
- Uso de historia y filosofía de las matemáticas en la Educación Matemática.

### Actividades

Cuatro actividades son centrales a los propósitos del PI-IFEM:

• **Simposios Costarricenses sobre Matemáticas, Ciencias y Sociedad.** Desde el año 1991 se han realizado 23 simposios, lo que constituye la tradición más larga en la comunidad de Educación Matemática del país en el desarrollo de eventos de esta naturaleza. Estos simposios se realizaron desde el 2001 con la gestión y coordinación conjunta del *Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-Matemáticas CIMM de la UCR* y de Escuela de Matemática de la UNA, y el patrocinio de muchas entidades educativas. Se trata de una experiencia interinstitucional muy importante para potenciar los esfuerzos de la universidad pública. Estos eventos siempre han buscado ser un espacio de reflexión multi, inter y transdisciplinaria convocando temas y profesionales de diferentes formaciones, aunque con el propósito de fortalecer las actividades de la comunidad de educadores de las matemáticas. Desde el 2007, los ha organizado el **Programa Interinstitucional de Investigación y Formación en Educación Matemática**. Véase <http://cimm.ucr.ac.cr/simposios>.

• **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática.** Desde noviembre del 2006 se han editado y producido: una publicación que ha consignado muchas de las labores investigativas y formativas que ha realizado este colectivo de académicos de varias instituciones. Los *Cuadernos* es una colección de publicaciones que incluye trabajos de investigación, reseñas de experiencias académicas, documentos informativos orientados a la capacitación y formación de estudiantes y profesores de matemáticas. Busca nutrir la comunidad de Educación Matemática con instrumentos teóricos que permitan potenciar los queha-

ceres dentro de esta comunidad. Cada número de los *Cuadernos* se concentra en una temática específica, aunque incluye otros temas de interés. Los *Cuadernos* cuenta, además, con el apoyo del *Comité Interamericano de Educación Matemática CIAEM*, organismo regional de la *International Commission on Mathematical Instruction ICMI*. Ruiz (2007b). Se puede ver la versión en línea en <http://cimm.ucr.ac.cr/cuadernos>. El Programa ha asumido desde el 2007 la elaboración, edición y publicación de los Cuadernos.

• **Seminarios de Investigación y Formación en Educación Matemática.** Otra de las actividades del PI-IFEM son seminarios de investigación que se realizan una o dos veces al año. Estos tienen como propósito consignar los resultados de las investigaciones que se realizan, así como una retroalimentación importante par el trabajo de los investigadores y los proyectos asociados en el programa. En la misma participan estudiantes avanzados y tesarios de las carreras de las universidades estatales que apoyan el programa. Son actividades internas del programa, y su participación se convoca por medio de invitación personal. No obstante, se informa al público de su realización, se hace pública su agenda y se colocan materiales derivados de las mismas para propiciar una proyección de los resultados obtenidos. Si alguien desea mayor información debe ponerse en contacto con el director del programa.



Seminario teórico, UNA, 2006

• **Colección digital Eudoxus.** Se trata de una colección de materiales educativos y de investigación en formato digital. El objetivo principal es el de proporcionar a investigadores, profesores y estudiantes una documentación relevante en temas centrales de la Educación Matemática. Se trata de fundamentar acciones y trabajos que se realicen tanto en las universidades públicas como en otras instituciones

educativas interesadas en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas. La mayoría de las referencias que se incluyen son de carácter internacional y en lengua inglesa. Se ha adoptado el nombre **Colección Digital Eudoxus** en referencia al gran matemático de la antigüedad griega Eudoxo de Cnido. Esta colección está organizada por temas de la Educación Matemática. Cada tema incluye una colección de artículos, cuyo número aumentará con el correr del tiempo. Nuevos temas se incorporarán en el futuro. Es decir: es una colección viva en movimiento. Véase <http://cimm.ucr.ac.cr/eudoxus>.

## 2. Historia

---

El origen de este programa tuvo sus fundamentos históricos en una colaboración estrecha que se ha dado entre el CIMM de la UCR y la Escuela de Matemática de la UNA desde el año 2001, cuando se firmó incluso un convenio formal. Producto de ese convenio varios académicos del CIMM participaron en actividades docentes en la UNA, como es el caso de Mario Murillo, Héctor Figueroa, Elena Chkryl. Y producto de esa colaboración se volvió usual la presencia en la UNA de los académicos Edison De Faria y Hugo Barrantes como asesores, directores de tesis, seminarios, conferencistas, y colaboradores de la Escuela de Matemática de la UNA en muchas otras formas. También se potenció la participación de profesores y estudiantes de la UNA en actividades que tenía el CIMM.

Este programa responde a propósitos interinstitucionales. Se basa en la conciencia y la valorización que asume la integración de esfuerzos entre las universidades y otras instituciones públicas como una tarea crucial para avanzar en la senda del progreso educativo. Este es un ineludible reclamo, especialmente para un país de pocos medios, que requiere tensar y hacer converger estos recursos. Asume que el avance de la acción interinstitucional beneficia a cada una de las entidades participantes, de múltiples maneras, a veces directa a veces indirectamente. Es por ese tipo de consideraciones tan importantes que el CONARE creó un fondo especial para fortalecer un auténtico sistema estatal de la educación superior.

Estos esfuerzos interinstitucionales no han sido fáciles de desarrollar en nuestras universidades. En parte porque la estructura de las universidades es muy rígida y separada, y, en segundo lugar, porque es muy frecuente que haya personas y entidades que todavía poseen una visión muy localista, “de feudo”, y no comprenden, no apoyan o, a veces, incluso obstaculizan los esfuerzos interinstitucionales.

### 3. Organización

---

El PI-IFEM no está inscrito formalmente en ninguna instancia institucional. Sus reglas son libres, y se basan en la buena fe y voluntad de los académicos participantes, así como de las entidades que apoyan sus iniciativas.

El programa realiza al menos 4 reuniones generales por año, y organiza sus actividades por medio de las reuniones generales, así como por medio de los dos programas que ayuda a coordinar, los cuales sí están inscritos formalmente en la UNA y la UCR.

Académicos asociados al PI-IFEM en el 2009.

Investigadores	Instituciones de los investigadores	Dirección electrónica
Ana Patricia Maroto	Sede de Occidente, UCR.	pmaroto@so.ucr.ac.cr
Ángel Ruiz	Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas, UCR; Escuelas de Matemática de la UNA y UCR	aruiz@cariari.ucr.ac.cr angelruizz@racsa.co.cr
Carlos Azofeifa	Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas y Escuela de Matemática UCR, Escuela de Matemática UNA	cazofeifa@uinteramericana.edu
Claudia Martínez	Escuela de Matemática, UNA	casa3c@Balconesdelarivera.com
Cristian Quesada	Escuela de Ciencias Exactas y Naturales de la UNED	cquesada@uned.co.cr
Edison De Faria	Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas y Escuela de Matemática UCR	edefaria@gmail.com
Eduardo Chaves Barboza	División de Educología, UNA	eduardochavesbarboza@gmail.com
Edwin Chaves	Escuela de Matemática, UNA	echa@una.ac.cr
Esteban Ballesteros	Escuela de Matemática, UNA; ITCR Sede de Santa Clara, San Carlos.	estebanballesteros@yahoo.es
Eugenio Rojas	Escuela de Ciencias Exactas y Naturales, UNED	erojas@uned.ac.cr
Federico Mora	Escuela de Matemática, UNA	fmora16@hotmail.com

Hugo Barrantes Campos	Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas, UCR; Escuela de Ciencias Exactas y Naturales, UNED	habarran@gmail.com
Jennifer Fonseca	Escuela de Matemática, UNA	jfonsec@una.ac.cr
Jesennia Chavarría	Escuela de Matemática, UNA	jesenniach@yahoo.com
José Alfredo Araya	Escuela de Ciencias Exactas y Naturales de la UNED	aarayauned.co.cr
Juan Félix Ávila	Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas y Escuela de Matemática UCR, Escuela de Informática UNA	delagarita@hotmail.com
Marcelo Gaete	Departamento de Investigación Educativa, MEP	mgaete@mep.go.cr
Marianela Alpízar	Escuela de Matemática, UNA	malvacr@yahoo.com
Melvin Ramírez	Escuela de Matemática, UNA	mra@una.ac.cr
Oscar Salas	Escuela de Matemática, UNA	oscar.salas@unipv.it
Randall Hidalgo	Escuela de Matemática, UNA	randalhidalgo18@hotmail.com
Ricardo Poveda	Escuela de Matemática, UNA	rpoveda@una.ac.cr
Ronny Gamboa	Escuela de Matemática, UNA	ronny132000@yahoo.com
Wendy Jiménez	Departamento de Investigación Educativa, MEP	wjimenez@mep.go.cr
Yuri Morales	Escuela de Matemática, UNA	yurimoralesl@yahoo.com

## Director

La coordinación y dirección del PI-IFEM la ha realizado, desde sus inicios, Angel Ruiz, catedrático de las Escuelas de Matemática de la UCR y UNA.

## 4. Proyectos

---

En el 2009 se encuentran asociados al PI-IFEM dos programas que coordinan varios proyectos:

**Programa de Investigación y Formación en Educación Matemática,**  
Escuela de Matemática de la Universidad Nacional.

Proyectos	Investigadores	Instituciones participantes
La Tecnología digital en la Enseñanza-Aprendizaje de la Geometría en el Tercer Ciclo de la Educación General Básica	Ronny Gamboa* y Esteban Ballestero	Escuela de Matemática, UNA
Museo y Centro de Documentación sobre Historia y Filosofía de las Matemáticas "Juan Félix Martínez	Jesennia Chavarría* y Randall Hidalgo	Escuela de Matemática, UNA
La enseñanza de las Matemáticas en la secundaria costarricense: entre la realidad y la utopía.	Eduardo Chaves, Edwin Chaves*, Jennifer Fonseca.	Escuela de Matemática, UNA
Didáctica de la Estadística y las Probabilidades en la Educación Primaria.	Marianela Alpízar Vargas* Claudia Martínez Pacheco Edwin Chaves Esquivel	Escuela de Matemática, UNA
Modelización y matemáticas aplicadas en la formación del educador matemático	Oscar Salas Huertas*	Escuela de Matemática, UNA

\* Investigadores principales.

**Programa de Investigaciones Metamatemáticas,**

Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas de la Universidad de Costa Rica.

Proyectos	Investigadores	Instituciones participantes
Currículo en la formación docente en Enseñanza de la Matemática	Hugo Barrantes*, Edison De Faria, Cristian Quesada, Patricia Maroto, Wendy Jiménez, Marcelo Gaete.	CIMM UCR, ECEN UNED, Sede de Occidente UCR. Departamento de Investigaciones Educativas, MEP
Estructura de las creencias en matemáticas y el impacto de las tecnologías digitales en las creencias	Edison De Faria*, Hugo Barrantes, Eugenio Rojas	CIMM UCR, ECEN UNED
Las tecnologías digitales y la Educación Matemática en Costa Rica	Edison De Faria*	CIMM UCR
El uso de herramientas tecnológicas en la enseñanza del álgebra lineal	Carlos Azofeifa*	CIMM UCR
Cálculo en varias variables apoyado con software	Juan Félix Ávila*	CIMM UCR
Colección digital Eudoxus	Angel Ruiz*	CIMM UCR

\* Investigadores principales.



Simposio 22, Matemática, UNA, 2007

## 5. FUNDAMENTOS

---

Una de las principales conclusiones de la comunidad internacional en Educación Matemática señala la existencia de una disciplina distinta a la Matemática y a la pedagogía en general: un espacio profesional y una ciencia con fisonomía y perfil independientes, (Niss, 1999). Es decir:

- La Educación Matemática posee objetos, métodos, parámetros de validación y organización de sus comunidades profesionales y científicas, diferentes de la Matemática (Ruiz y Chavarría, 2003).
- Sus propósitos no se encuentran en la generación de conocimiento matemático y, por ende, tampoco en una docencia asociada a esos fines, salvo cuando la Educación Matemática (vista como categoría general) refiere a este segmento específico de la academia y la ciencia y, aun en ese caso, su perspectiva es diferente (Ruiz y Chavarría, 2003).

Este proceso, históricamente, se ha desarrollado como reacción a la llamada reforma de las matemáticas modernas que se dio en muchos países (incluido Costa Rica) durante los años 50 y sesenta del siglo XX; véase: Amit, M.; Fried M. (2002) y Ruiz, A. (2000).

De manera especial, y como sucede en toda ciencia, en particular en su juventud, el papel de la investigación se vuelve crucial; este escenario de la disciplina potencia el reclamo por el desarrollo de investigaciones. Dada la naturaleza de la disciplina, la investigación está conectada necesariamente con la formación. La investigación específica (así como la pedagogía específica) debe ocupar un lugar privilegiado en los planes de formación de los educadores matemáticos (lo que obliga a los currículos requieren importantes niveles de flexibilidad para incorporar los resultados de la investigación de la manera más rápida posible). Por ejemplo, es muy importante comprender que la formación inicial del educador matemático debe preparar para una formación continua: aportar conocimiento, visión, métodos, recursos, actitudes, competencias para seguir su formación. Investigación, formación inicial y formación continua están íntimamente imbricadas.

Está comprobado que una gran cantidad de conocimiento y formación docente solo se puede adquirir en el contexto de la enseñanza-aprendizaje, es decir enseñando (Fennema y Loef Franke, 1992, p. 162) y mediante una experiencia orientada por su formación inicial y por las condiciones que la institución o el país ofrezcan para su realización. Puesto en otros términos: las acciones de capacitación no son gratuitas o adicionales a la construcción del conocimiento que requiere el educador, son cruciales. Si se falla en aportar condiciones institucionales en

el ejercicio profesional para la capacitación se provoca un serio daño en el éxito de la labor docente y el aprendizaje. Lo mismo sucede si la formación inicial no brinda los instrumentos teóricos y las competencias para la continuidad de la formación docente. Los países que han entendido esta dialéctica positiva y necesaria entre formación inicial y continua, con el desarrollo de planes y recursos adecuados, han logrado éxito significativo en el progreso de su Educación Matemática (Siegler, 2003). La investigación de aula dentro de la práctica profesional es un componente que nutre la Educación Matemática como disciplina.

formación inicial y continua, con el desarrollo de planes y recursos adecuados, han logrado éxito significativo en el progreso de su Educación Matemática (Siegler, 2003). La investigación de aula dentro de la práctica profesional es un componente que nutre la Educación Matemática como disciplina.

Estos elementos que hemos señalado subrayan lo que ha sido consignado sistemáticamente en la Educación Matemática internacional: el potenciar las parejas acción-investigación, educador-investigador.

Este programa se inscribe, entonces, en los esfuerzos por hacer de la investigación un instrumento para el fortalecimiento de la Educación Matemática como ciencia y disciplina independiente, y apoyar los procesos de formación docente en Enseñanza de la Matemática en el país.

Los subtemas que se han favorecido corresponden a resultados que la comunidad internacional en Educación Matemática ha seleccionado como relevante. Por ejemplo, *currículo y formación docente (competencias, evaluación, currículo, etc.)*; consúltese, por ejemplo, Beneitone, P.; Esquetini, C.; González, J.; Maletá, M. M.; Siufi, G.; Wagenaar, R. (2007); Lambdin, D. V., Walcott, C. (2007) y González, J.; Wagenaar, R. (2005), Recio, T. (2004), y Niss, M. (2002), Niss, M. (2003b). *La resolución de problemas* [con la tradición de Pólya (1945, 1954), Schoenfeld (1982, 2002), etc.]; consúltese por ejemplo Olkin, I. y Schoenfeld, A. (1994), Lesh, R., Lovitts, B. (2000), Becker, J. & Shimada, S. (Eds.) (2005), o Shimizu, Y. (2007). *Uso de historia en la Educación Matemática*; véase Ruiz (2002). *Tecnologías digitales en la Educación Matemática* [véase Heid, M. K., (2005), o Hershkowitz, R., Dreyfus, T., Ben-Zvi, D., Friedlander, A., Hadas, N., Resnick, T., Tabash, M., Schwarz, B. (2002)]. *Didácticas específicas en la Educación Matemática*; consúltese Shulman, L. S. y Quinlan, K. M. (1996).

## Referencias y bibliografía

---

- Amit, M.; Fried M. (2002). Research, Reform and Times of Change. En Lyn D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 355-382). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Becker, J. & Shimada, S. (Eds.) (2005). *The Open-Ended Approach: A new proposal for teaching mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Beneitone, P.; Esquetini, C.; González, J.; Maletá, M. M.; Siufi, G.; Wagenaar, R. (2007). *Reflexiones y perspectivas de la educación Superior en América Latina (Informe Final –Proyecto Tuning-América Latina, 2004-2005)*. Bilbao, España: Universidad de Deusto, Universidad de Groningen.
- Bottino, R., Chiappini, G. (2002). Advanced Technology and Learning Environments: Their Relationships Within the Arithmetic Problem Solving Domain. En Lyn D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 757-786). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Bransford, J. D., Brown, A. L. y Cocking, R. R. (2000) (Eds.). *How people learn. Brain, Mind, experience, and School*. Washington D. C., USA: National Academy Press.
- Clarke, D; Emanuelsson, J.; Jablonka, E.; Mok, I. A. C. (2006) (Eds.). *Making Connections. Comparing Mathematics Classrooms Around The World*. The Netherlands: Sense Publishers.
- Fennema, E.; Loef Franke, M. (1992). Teachers' knowledge and its impact. En D. A. Grouws, *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan.
- González, J.; Wagenaar, R. (2005). *Tuning Educational Structures in Europe II. Universities' contribution to the Bologna process*. University of Deusto, University of Groningen.
- González, J.; Wagenaar, R.; Beneitone, P. (2004). *Revista Iberoamericana de Educación*, N° 35 (2004), pp. 151-164
- Heid, M. K., (2005), *Technology in Mathematics Education: Tapping into Visions of the Future*, en W. Masalski y P. Elliot (Eds.), *Technology-Supported Mathematics Learning Environments*, Reston VA: NCTM.
- Hershkowitz, R., Dreyfus, T., Ben-Zvi, D., Friedlander, A., Hadas, N., Resnick, T., Tabash, M., Schwarz, B. (2002). Mathematics Curriculum Developmet for Computerized Environments: A Designer- Researcher-Teacher-Learner activity. En Lyn D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 657-694). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Isoda, M; Stephens, M.; Ohara, Y.; Miyakawa, T. (2007). *Japanese Lesson Study in Mathematics*, Singapore: World Publishing Co.
- Lambdin, D. V., Walcott, C. (2007). Changes through the Years: Connections between Psychological Learning Theories and the School Mathematics Curriculum. En W. G. Martin, M. E. Strutchens, P. C. Elliot (Eds), *The Learning of Mathematics (Sixty-ninth Yearbook)*, (pp. 3-26), Reston, VA, EUA: NCTM.
- Lesh, R., Lovitts, B. (2000). Research agendas: Identifying priority problems, and developing useful theoretical perspectives. En Kelly y Lesh (Eds.), *Handbook of Research design in Mathematics and*

*Science Education* (pp. 45-72). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Niss, M. (1999). Aspects of the nature and state of research in mathematics education. *Educational studies in Mathematics*, 40, 1-24.

Niss, M. (2000). Key Issues and Trends in Research on Mathematical Education. Presentación plenaria en el IX *International Congress of Mathematics Education* en Japón. Una versión en línea se encuentra en: <http://maths.creteil.iufm.fr/Recherche/icme/MORGEN.htm> (página visitada el 28 de abril del 2007).

Niss, M. (2002). Mathematical competences and the learning of mathematics: the Danish KOM Project. IMFUFA, Roskilde University, Dinamarca. Versión en línea en página visitada 26 de mayo del 2007: [http://www7.nationalacademies.org/mseb/mathematical\\_competencies\\_and\\_the\\_learning\\_of\\_mathematics.pdf](http://www7.nationalacademies.org/mseb/mathematical_competencies_and_the_learning_of_mathematics.pdf).

Niss, M. (2003a). Quantitative Literacy and Mathematical Competencies, versión en línea en [http://www.maa.org/ql/pgs215\\_220.pdf](http://www.maa.org/ql/pgs215_220.pdf)

Niss, M. (2003b). The need for reform: Perspectives on the result of education students' competence in mathematics. En Carter, J, Eriksen K., Horst S., Troelsen R. (2003). *If reform of science education is the answer – what were the questions?* Copenhagen, Dinamarca: Centre for Science Education, University of Copenhagen, setiembre.

Olkin, I. y Schoenfeld, A. (1994). A discussion of Bruce Reznick's chapter. In A. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical Thinking and Problem Solving*. (pp. 39-51). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Pólya, G. (1945; 2nd edition, 1957). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.

Pólya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning* (Volume 1, *Induction and analogy in mathematics*; Volume 2, *Patterns of plausible inference*). Princeton: Princeton University Press.

Recio, T. (2004). Seminario: "Itinerario Educativo de la Licenciatura de Matemáticas. Documento de Conclusiones y Propuestas. En *La Gaceta de Real Sociedad de Matemáticas de España*. Vol. 7.1, pp. 33-36.

Roschelle, J., Kaput, j., y Stroup, W. (2000). SimCalc. Accelerating student's engagement with the mathematics of change. En M. J. Jacobson y R. B. Kozma (Eds.), *Innovations in science and mathematics education: Advanced designs for technology of learning* (pp. 47-75). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Ruiz, A. (2000). *El desafío de las matemáticas*. Heredia: EUNA, FLACSO).

Ruiz, A. (2006). *Universalización de la educación secundaria y reforma educativa*, San José, Costa Rica. EUCR, CONARE.

Ruiz, A. (2007a). La formación docente en la Enseñanza de la Matemática: balance y perspectivas. Versión en línea: <http://www.estadonacion.or.cr/Publicaciones/publicaciones.html>

Ruiz, A. (2007b). (Director y productor académico). *Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática*. Número 3, Noviembre 2007. Universidad de Costa Rica, Universidad Nacional, Universidad Estatal a Distancia. San José, Costa Rica. Versión en línea: <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno3.php>

Ruiz, A. (2007c). (Editor y productor académico). *Colección digital Eudoxus*. Formación de educadores. Número 3. Heredia. Costa Rica. En la dirección: <http://cimm.ucr.ac.cr/eudoxus>

Ruiz, A. (2007d). (Editor y productor académico). *Colección digital Eudoxus*. Enseñanza del álgebra. Número 4. Heredia. Costa Rica. En la dirección: <http://cimm.ucr.ac.cr/eudoxus>

Ruiz, A. (2007e). (Editor y productor académico). *Colección digital Eudoxus*. Enseñanza de la geometría. Número 5. Heredia. Costa Rica. En la dirección: <http://cimm.ucr.ac.cr/eudoxus/>

Ruiz, A. (2007f). (Editor y productor académico). *Colección digital Eudoxus*. Historia de las matemáticas. Número 6. Heredia. Costa Rica. En la dirección: <http://cimm.ucr.ac.cr/eudoxus>

Ruiz, A.; Chavarría, J. (2003). Educación Matemática: *escenario histórico internacional y construcción de una nueva disciplina*. Revista UNICIENCIA, Vol. 20 Número 2, 2003, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UNA. Heredia, Costa Rica.

Ruiz, A.; Chavarría, J.; Mora, F. (2003). Tendencias y retos de la Educación Matemática en Costa Rica. Revista UNICIENCIA, Vol. 20 Número 1, 2003, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UNA. Heredia, Costa Rica.

Ruiz, A. y Chaves, E. (2003). *Hacia una nueva Escuela de Matemática. La investigación como instrumento para la reforma académica*. Heredia: Escuela de Matemática, Universidad Nacional. Versión en línea en <http://cimm.ucr.ac.cr/haciaunanuevaescuela>.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando, Florida, EUA: Academic Press Inc.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and making sense in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). NY: Macmillan Publishing Co.

Shimizu, Y. (2007). What are the characteristics of Japanese Lessons Emerged by the International Comparisons? en Isoda, M; Stephens, M.; Ohara, Y.; Miyakawa, T. *Japanese Lesson Study in Mathematics*, Singapore: World Publishing Co.

Shulman, L. S. y Quinlan, K. M. (1996). The comparative psychology of school subjects. En Berliner, D.C. y Calfee, R.C. (eds.), *Handbook of Educational Psychology*. Nueva York: Macmillan, 339-422. Referencia citada por Bolívar, A. (2005).

Siegler, R. S. (2003). Implications of Cognitive Science Research for Mathematics Education. En J. Kilpatrick, W. G. Martin y D. Schifter (Eds.), *A Research companion to Principles and Standards for School Mathematics*. (pp. 289-303) Reston, Virginia, EUA: NCTM.