

## **SISTEMAS EXPERTOS PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR**

**Enrique Vílchez Quesada**

evqm@costarricense.cr

Escuela de Matemática

Universidad Nacional

### **Resumen**

Proponemos aquí la utilización de los sistemas instruccionales como una metodología complementaria para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la educación superior. Los avances de la inteligencia artificial en este campo, están otorgando a profesores y estudiantes nuevas oportunidades, donde el proceso educativo, respetando la diversidad, permita la adquisición de competencias que han sido difíciles de alcanzar en la educación tradicional, tales como: aprendizaje autodirigido, gestión del propio conocimiento, automotivación y autodirección.

### **Abstract**

We propose here the use of instructional systems as a complementary methodology for the teaching and learning of mathematics in higher education. Advances in artificial intelligence in this field are providing new opportunities to teachers and students, wherever the educative process, respecting diversity, allows the acquisition of competencies that have been difficult to achieve in traditional education, such as: self-directed learning, management of self-knowledge, self-motivation and self-management.

**Palabras clave:** matemática, enseñanza, aprendizaje, tecnología, desarrollo, sistemas expertos, instruccionales.

Muchos investigadores preocupados por los pésimos resultados que los alumnos obtienen en matemática en la mayoría de las instituciones de enseñanza a nivel mundial, vislumbran hoy por hoy el importante aporte que las tecnologías digitales pueden brindar al enriquecimiento de la labor educativa. Algunos piensan que la solución de los problemas asociados a los procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática se circunscribe a replantear pedagógicamente el cómo, es decir: a diseñar nuevas estrategias metodológicas donde el estudiante tenga la posibilidad de construir su propio conocimiento.

El desarrollo de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación está demandando un cambio en los tradicionales ambientes de aprendizaje algorítmicos. Es éste un gran dilema si se piensa en la forma en cómo, durante décadas, los profesores de matemática, sesgados por sus propios mitos y creencias, han hecho las cosas, negándose la posibilidad de explorar formas distintas de enseñanza. A nivel universitario esta tendencia es todavía más marcada: docentes con un alto nivel de especialización en matemática pura, aplicada o educativa, se resisten con frecuencia al cambio, reproduciendo en su práctica profesional el sistema educativo donde ellos mismos fueron formados; un sistema caracterizado por el predominio de clases magistrales, asignación de listas de ejercicios y un comportamiento pasivo de los estudiantes.

La utilización de software y materiales educativos computarizados como un recurso para apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, se ha convertido en una necesidad y constituye una respuesta ante la problemática que gira en torno de la comprensión cognoscitiva de conceptos y nociones matemáticas en los salones de clase.

En particular, el reciente surgimiento de la inteligencia artificial como una disciplina científica, y el desarrollo tecnológico que se ha impulsado en el campo de los sistemas expertos, ha abierto una nueva gama de posibilidades a docentes y alumnos en el marco de un modelo educativo centrado en el

aprendizaje y no en la enseñanza.

Se expone en este artículo la importancia del uso de recursos computacionales para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, los conceptos fundamentales de los sistemas expertos e instruccionales, los beneficios y limitaciones que ofrecen en el campo educativo y algunas de sus aplicaciones en el área de la matemática educativa.

## **ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA**

En nuestra vida profesional, muchas veces, hemos experimentado la frustración al contar únicamente con la tiza, el marcador, el borrador y la pizarra como principales herramientas disponibles para llevar a cabo el proceso de comunicación de los aprendizajes. Un sentimiento impulsado en gran medida, por las posibilidades que brindan las nuevas tecnologías digitales, en un mundo donde ellas se han convertido en una parte integral de los procesos económicos y sociales. Un sentimiento que, además, se origina en las constantes intervenciones en el salón de clase de aquel estudiante que, frente a la explicación reiterada de un tema, no logra comprender conceptualmente su contenido, repitiéndose a sí mismo y a sus compañeros la típica frase: “no entiendo nada”. La frustración anuncia su llegada, provocando irritación, que finalmente alcanza un punto de conformidad, donde como docentes dictamos a nuestra conciencia un noble discurso, que finaliza con la afirmación: “... hice todo lo que pude”. Esta escena representa una vivencia cotidiana en nuestra ardua labor educativa que, en algunas ocasiones, por el cansancio o el estrés, ignoramos por completo. Lo anterior ha traído como consecuencia en nuestro sistema educativo un arcaísmo pedagógico que está poniendo en riesgo, en muchas instituciones de enseñanza media y superior, el aprendizaje efectivo de la matemática.

Las razones de esta crisis obedece a diversos factores . Al respecto, Alcides Astorga, de la Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica, plantea: “para muchos estudiosos el problema radica en que los métodos de enseñanza son obsoletos, lo cual hace que el proceso pedagógico sea aburrido y poco estimulante” (1999, p. 198).

¿Cómo podemos revertir este panorama? Los elementos medulares relacionados con esta interrogante son tan amplios y diversos que responder a esta pregunta de forma absoluta es casi imposible. Meza (2000, p. 132) a este respecto plantea: “muchos de los problemas relacionados con las deficiencias que los y las estudiantes muestran en el aprendizaje de conceptos matemáticos, obedecen en gran parte a la forma en como se presentan dichos conocimientos a los educandos, en este sentido, es necesario que se generen en el salón de clase, otro tipo de ambientes de aprendizaje, donde predomine la curiosidad, la creatividad y la investigación”. El computador puede ser la solución más viable de nuestra era tecnológica, para diseñar recursos didácticos (como sistemas inteligentes) que brinden la posibilidad a los docentes y educandos, de romper los estándares del aprendizaje conductista.

La evolución tecnológica en las últimas décadas, está dotando tanto a profesores como a estudiantes, de nuevas herramientas que enriquecen con su uso sistemático y adecuado los procesos pedagógicos. Como resultado de estos cambios, muchos investigadores y docentes a nivel universitario, han realizado estudios y publicado libros relacionados con la utilidad de diversos programas específicos para la enseñanza de la matemática dirigida a estudiantes de ingeniería, enseñanza de la matemática, matemática pura y aplicada. José Cuevas del Departamento de Ciencias de de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas y Manuel Álvarez e Iván Valido del Departamento de Matemática de ISPJAE en la Habana Cuba, opinan en el artículo “Curso de ecuaciones diferenciales asistido por computadora en la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas”, lo siguiente:

Las transformaciones en la esfera científico técnica que la humanidad ha experimentado en las últimas décadas constituyen un reto para la pedagogía de las matemáticas en el nivel universitario, se imponen transformaciones en los métodos y medios de enseñanza que tradicionalmente se han venido empleando ... la computadora se ha insertado al proceso de enseñanza y aprendizaje para enriquecerlo, su uso adecuado incrementará la eficiencia y calidad del mismo. (1999, p. 271).

Desde esta perspectiva, se identifica una necesidad de cambio con relación a las metodologías que tradicionalmente han caracterizado la enseñanza de la matemática en las instituciones de enseñanza superior, trayendo al

escenario una nueva modalidad; la matemática asistida por computadora. La matemática asistida por computadora se basa fundamentalmente en sesiones de aprendizaje que utilizan el método del laboratorio, complementado con el trabajo de equipo, en un ambiente de aprendizaje caracterizado por la exploración, el descubrimiento, el planteamiento de conjeturas y la comprobación de resultados.

La modalidad de enseñanza de la matemática asistida por computadora, si bien es cierto, no es un enfoque nuevo, ha sido poco explorado y adoptado en las universidades más importantes de nuestro país. No se trata sólo del uso de las computadoras en los procesos de la enseñanza y del aprendizaje como el fin, sino como el medio para un mayor enriquecimiento de la labor educativa. Esto lo señala Galvis (1992, p. 63): “la pretensión de enriquecer el currículo con el uso de materiales educativos computarizados no se debe limitar a conseguir computadores y programas que corran en ellos” . En relación con esto Meza (2001, p. 132) también señala:

Los resultados positivos que podamos obtener al utilizar computadoras en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, dependerán del uso que les demos, esto significa que la computadora no es un aparato que resolverá los problemas educativos por arte de magia ... el empleo de computadoras en los procesos de enseñanza y aprendizaje debe justificarse en el marco de un planteamiento educativo completo, lo que supone la selección de objetivos educativos y la definición de estrategias didácticas específicas.

En este sentido, la utilización de software y materiales educativos computarizados, está adquiriendo una importancia preponderante en la transformación de los procesos pedagógicos que caracterizan la educación superior. Una transformación lenta pero constante, que implica profundos cambios curriculares y administrativos, en el perfil de la antigua Universidad.

## **IMPORTANCIA DEL USO DE RECURSOS COMPUTACIONALES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR**

Los procesos educativos que caracterizan la enseñanza de la matemática en la mayoría de las instituciones de educación superior en Costa Rica, se fundamentan en una metodología tradicional, donde el docente asume el rol protagónico de transmisor de información y el estudiante un papel receptor-reproductivo. Un proyecto de investigación realizado por Luis Gerardo Meza Cascante y Fabio Hernández Díaz, intitulado: “Enseñanza de la matemática en el ITCR; patrones de interacción en el aula”, muestra la investigación de las dimensiones culturales en las que se desarrollaron procesos de enseñanza y de aprendizaje de la matemática en aulas universitarias, apoyados con software. Este estudio arrojó como una de sus conclusiones el predominio de las lecciones magistrales en combinación con el método interrogativo. Meza y Hernández lograron comprobar cómo el trabajo de aula es complementado casi exclusivamente, con prácticas adicionales que el estudiante asume por su cuenta. Los investigadores (2000, p. 85) señalan: “los procesos que ordinariamente se desarrollan en la enseñanza de la matemática, se caracterizan por clases magistrales, presentación secuencial de los contenidos, prácticas adicionales, trabajo individualizado como norma general y comunicación entre las y los estudiantes escasa”.

Hoy la tendencia impuesta por los avances científico-tecnológicos demanda un cambio en los procesos de la enseñanza y el aprendizaje, una transformación hacia la búsqueda de nuevos métodos y estrategias didácticas, aprovechando todas las potencialidades brindadas por las tecnologías de la información y la comunicación. Compartimos con Meza (2000) el criterio acrítico y tecnofílico que asumen los vendedores de equipo y software, y algunos políticos quienes están interesados en exagerar los beneficios que a corto o mediano plazo podrían obtenerse al utilizar las computadoras en el aula. Lo cierto es que ella constituye simplemente un recurso más; Meza (2000) a este respecto plantea: “la tarea fundamental del docente es planificar, desarrollar y evaluar procesos de enseñanza y aprendizaje, la computadora juega en este contexto, el papel exclusivo de instrumento de apoyo”.

Vivimos en una nueva sociedad caracterizada por la imagen y la interacción, por el espectáculo y la conectividad, los cambios culturales atribuidos al uso adecuado de la computadora alcanzan todas las esferas; la social, la económica

y desde luego la educativa. Hoy en día existe la creencia de que las nuevas generaciones parecen tener una aceptación casi inmediata, instintiva hacia el uso de los recursos tecnológicos, algunos autores piensan que esto no es del todo cierto. Badilla (1998) citado por Meza expone el error de suponer que a todos los jóvenes les gusta sentarse frente a una computadora; éste investigador detectó problemas de desinterés, asistencia y disciplina en algunos muchachos y muchachas que formaron parte de un estudio, realizado en la enseñanza secundaria. También, otros autores han cuestionado el mito de que la incorporación de la computadora en los procesos de la enseñanza y el aprendizaje lleva implícito un efecto positivo. Galvis (1992) enfatiza la necesidad de sacarle el provecho adecuado a las computadoras, para lograr un verdadero enriquecimiento de la labor educativa: “si la informática ha de tener un papel importante en el enriquecimiento de la labor educativa, es indispensable tener claro qué tipo de educación deseamos impulsar y cómo se puede favorecer tal enfoque educativo” (p. 6). Lo anterior significa que el uso de software o materiales educativos computarizados en el salón de clase, no puede tener un fin en sí mismo, es necesario analizar su impacto y los beneficios que se obtendrán en términos de objetivos de aprendizaje.

Meza, Garita y Villalobos (2001) proponen que los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática asistida por computadora, deben basarse en los siguientes principios:

- El uso de la computadora en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática debe enmarcarse en un planteamiento educativo.
- La computadora debe incorporarse en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática sólo cuando sea más eficaz o más eficiente que otros medios.
- La incorporación de la computadora en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática permite aumentar la eficiencia y eficacia de algunas estrategias que el docente utilizaba antes de incorporar la computadora.
- El empleo de la computadora en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática permite diseñar algunas estrategias didácticas que no es posible desarrollar con otros medios.

En este último punto radica uno de los factores más importantes que justifican la necesidad de utilizar software y materiales educativos computarizados para la enseñanza de la matemática. La existencia de ambientes matemáticos apoyados con tecnología de acuerdo a Kolman (1980) favorece la motivación y la curiosidad intelectual del estudiante.

Uno de los problemas fundamentales en la enseñanza de la matemática consiste en el aprendizaje de conceptos que presentan en sí mismos serias dificultades de comprensión. José María Arias (s.a.), presidente de la Asociación Logo Madrid citando a Papert, señala: “como profesor de matemática (Papert) presenta una gran preocupación por el fracaso escolar en matemática, lo que él llama matemafobia, dice que se podría transformar en matemalandia, si los materiales y los medios lo permitieran”. Es natural encontrarse con teorías matemáticas muy abstractas, difíciles de interiorizar si se le enseñan al estudiante de una manera exclusivamente magistral.

Si la enseñanza de la matemática lleva implícita serios problemas cognoscitivos y muchos docentes no conocen nuevas formas de comunicación para cambiar sistemáticamente sus métodos tradicionales, ¿cuál debería ser el aporte de la utilización de software y materiales educativos computarizados en los procesos de la enseñanza y el aprendizaje? La respuesta a esta pregunta se enmarca en dos aspectos: primero, nos parece indispensable aprovechar todas las capacidades gráficas, de cálculo simbólico, de almacenamiento y velocidad del computador, diseñando situaciones de aprendizaje que le permitan al estudiante explorar, descubrir y conjeturar. Según Calderón: “la computadora permite el uso de representaciones simbólicas, el acceso a representaciones numéricas y visuales dinámicas, y puede ser utilizada como un medio de exploración donde los alumnos pueden expresar ideas” (1999, p. 55). Harel y Kolman (1991), citados por Calderón, plantean: “se enfatiza la importancia de las representaciones en el proceso de aprendizaje, el proceso de construcción de significados involucra el uso de representaciones y el aprendizaje de un concepto puede ser facilitado cuando hay más oportunidades de construir e interactuar con representaciones externas del concepto”.

En segundo lugar, la utilización de software y materiales educativos computarizados, se puede también circunscribir en la formación y capacitación

de la población docente. Para Hernández y Rodríguez (1999), profesoras de matemática de la Facultad de Ingeniería Mecánica del Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cuba: “los problemas de la educación, y en particular, de la enseñanza de la matemática demandan una elevada preparación científica de los profesionales que participan en el proceso docente-educativo de esta disciplina, este objetivo solo se puede lograr si se introducen métodos y medios que propicien una efectiva superación y calificación técnica y profesional del personal docente” (1999, p. 248). Lo anterior devela la necesidad de involucrar a los profesores universitarios en un cambio curricular, fortaleciendo su preparación informática y pedagógica. Bajo esta tendencia, pretendemos con este artículo dar a conocer a los docentes universitarios los fundamentos de los sistemas expertos e instruccionales y sus beneficios y limitaciones, con la finalidad de mostrar otras posibilidades pedagógicas que el desarrollo de la inteligencia artificial está aportando en el ámbito educativo.

## **CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE LOS SISTEMAS EXPERTOS E INSTRUCCIONALES**

En el año de 1960 la inteligencia artificial (IA) surgió como una nueva disciplina científica (no tan nueva, si se analiza su eclosión desde la época de los griegos), gracias principalmente al desarrollo computacional que, para esta fecha, propició las primeras investigaciones; científicos como Turing y Shannon se consideran pioneros de la IA.

La IA es una disciplina científica que busca la creación de software y hardware con la finalidad de reproducir actividades en una máquina, que, en este momento, son realizadas de mejor manera por las personas. No existe una definición universal de inteligencia artificial, sin embargo, casi todas las definiciones existentes involucran dos ideas fundamentales:

- El estudio de cómo funciona la mente humana y la inteligencia: en este sentido, en la IA se buscan modelos que permitan comprender cómo los seres humanos almacenan información y la utilizan para resolver problemas o tomar decisiones.

- Representar este tipo de procesos en una máquina.

Winston y Predergast consideran que la IA tiene tres objetivos principales:

- Construir máquinas cada vez más inteligentes.
- Construir máquinas cada vez más útiles.
- Estudiar el funcionamiento de la mente humana.

Actualmente la IA está pasando por un período de comercialización y, aunque esta disciplina no ha tenido desde sus orígenes fines comerciales, la inteligencia artificial es aplicada a campos de estudio diversos en muchos casos financiados por compañías con intereses publicitarios o empresariales (por ejemplo la Toyota financia diversos proyectos en robótica). Bajo esta perspectiva, señalamos a continuación algunas áreas de investigación en las cuáles se puede subdividir la IA:

- **Sistemas expertos:** son sistemas que buscan representar el conjunto de conocimientos, habilidades, métodos, juicios que utilizaría un experto en un área de conocimiento particular, para diagnosticar, aconsejar o resolver problemas.
- **Sistemas de procesamiento del lenguaje natural:** son sistemas donde la comunicación entre el usuario y la máquina se realiza utilizando el lenguaje natural. Por ejemplo, los buscadores como Yahoo o Altavista, utilizan el reconocimiento del lenguaje natural para realizar las consultas solicitadas por sus usuarios.
- **Robótica:** no todas las áreas de estudio de la robótica tienen relación con la IA. La IA brinda un importante aporte cuando se piensa en la construcción de un robot que modifique su comportamiento de acuerdo a la información que recibe de su ambiente.

Existen otros campos de estudio de la IA que no señalaremos en este artículo. En particular, nos interesa el área de los sistemas expertos, que profundizaremos a continuación.

Los sistemas expertos tienen la característica de poseer dos tipos de ambientes: un ambiente de desarrollo donde el programador diseña cada uno de los componentes del sistema, y un ambiente de consulta utilizado exclusivamente por los usuarios de la aplicación.

Todo sistema experto está constituido por los siguientes componentes:

- La adquisición del conocimiento: por lo general, un ingeniero del conocimiento se encarga de recopilar toda la información disponible sobre el campo de acción del sistema, y, además, realiza las entrevistas o rastreos pertinentes a expertos en el área de conocimiento.
- La base de conocimiento: que está formada por hechos (la información documentada y codificada) y por reglas que usualmente son heurísticas (a manera de predicados) que le dan al sistema los “volados” para resolver las consultas de los usuarios.
- El motor de inferencias: se considera el cerebro del sistema, define una metodología de búsqueda para utilizar la base de conocimiento y las consultas de los usuarios con la finalidad de brindar una respuesta.
- Interfase: posibilita la comunicación hombre-máquina.
- El subsistema de explicación o justificador: una particularidad de los sistemas expertos es contar con un módulo de explicaciones, el cuál se encarga de explicarle al usuario por qué se ha llegado a una determinada conclusión o recomendación; inclusive algunos sistemas pueden explicar por qué un determinado estado del problema no se eligió como meta.

En términos de diseño los sistemas expertos presentan una importante limitación: el factor humano que interviene en la interacción entre el ingeniero del conocimiento y los expertos. Un experto es una persona que, por estudio personal y entrenamiento en una determinada tarea, cuenta con los suficientes recursos para brindar diagnósticos y resolver problemas en un área de conocimiento particular. En la etapa de adquisición del conocimiento el ingeniero de conocimiento debe abstraer la experiencia del experto, con la finalidad de ser codificada e integrada en la base de conocimiento del sistema, muchas veces esta tarea puede ser muy complicada, por factores tales como: colaboración de expertos con poco tiempo (lo cual generalmente ocasiona que participen en el proceso de una manera superficial), problemas de relación interpersonal entre el experto y el ingeniero del conocimiento, o que el experto se comporte de forma diferente cuando es entrevistado u observado.

En el ámbito educativo los sistemas expertos presentan ciertas ventajas, en

particular los sistemas creados con fines pedagógicos e instruccionales. Un sistema experto instruccional diagnostica, depura y corrige la ejecución de los estudiantes en un área particular de conocimiento. El sistema determina el nivel cognoscitivo del alumno y lo ayuda a mejorar sus debilidades para que alcance un nivel superior de aprendizaje.

En la siguiente sección se exponen los beneficios y limitaciones del uso de este tipo de sistemas en los salones de clase, y en particular los utilizados para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

### **BENEFICIOS DE LOS SISTEMAS EXPERTOS PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA**

Una característica común de la mayor parte de las instituciones educativas de enseñanza media y superior en nuestro país radica en la demanda educativa, que usualmente supera la oferta; esto último trae, como consecuencia, salones de clase infestados de estudiantes con un interés promedio por obtener un título universitario.

De esta forma, es muy común encontrarse grupos que superan cuarenta estudiantes matriculados, a cargo de un solo profesor. Una paradoja, si revisamos grosso modo los planteamientos discursivos de la política educativa vigente (que reclama un sistema educativo donde se respete la diversidad y las condiciones particulares de aprendizaje de cada estudiante), los sistemas educativos de la mayor parte de los países en Latinoamérica se encuentran totalmente colapsados. En la enseñanza de la matemática la situación se agrava más, dadas las características socioculturales de una sociedad que le ha otorgado una postura cuasi-divina, cuyo conocimiento es alcanzado únicamente por aquellos prodigiosos que han sido bendecidos con una “mente sobrehumana”. La tarea de enseñar matemática a un numeroso grupo de estudiantes, quienes deben ser convencidos de la importancia, belleza y bondades que les ofrece su estudio, es un trabajo sumamente arduo; tanto, que, bajo estas circunstancias, los docentes tienden a centrarse más en el cumplimiento de un programa que en el aprendizaje real de los estudiantes.

La matemática es una ciencia naturalmente formativa. Además

de proporcionar conocimientos indispensables de carácter práctico o instrumental, otorga toda una estructura de pensamiento constituida bajo el estandarte de la duda. El aspecto más importante de este síndrome de la duda, es su integración a la forma de vida cotidiana y los efectos intrínsecos que la acompañan, tales como: confianza, autoestima, criticidad y una modalidad de pensamiento fundamentada bajo los principios de la lógica matemática.

Estamos convencidos que la enseñanza de la matemática puede contribuir decisivamente al desarrollo de las habilidades del pensamiento y destrezas cognitivas, que fortalecen la capacidad de razonamiento, la disciplina mental y el rigor en la toma de decisiones. Esta es una percepción ratificada por diversos investigadores. Por ejemplo, Dieudonné (1961), citado por Meza, al referirse a la finalidad que se persigue con la enseñanza de la matemática en los centros educativos, señala:

Ciertamente, no es la de hacerles conocer (a los estudiantes) una colección de teoremas más o menos ingeniosos sobre bisectrices de un triángulo o la sucesión de los números primos, de los que no harán ningún uso (a menos que se conviertan en matemáticos profesionales), sino la de enseñarles a ordenar y a encadenar sus pensamientos con arreglo al método que emplean los matemáticos, y porque se reconoce que este ejercicio desarrolla la claridad del espíritu y el rigor del juicio. El objeto de esta enseñanza debe ser, por tanto, el método matemático, y las materias de enseñanza no serán más que ilustraciones bien elegidas del mismo.

¿Cómo podemos contribuir con el desarrollo de las habilidades del pensamiento, si la expansión masiva de los servicios en educación, ha obligado muchas veces a los profesores y profesoras de matemática a no considerar las diferencias individuales de los alumnos en el proceso de enseñanza aprendizaje? La respuesta implica un cambio en el sistema educativo tradicional e involucra la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación. En particular, consideramos que el uso de los sistemas expertos para la instrucción puede ser una solución viable de esta problemática.

La idea es poder conseguir que los profesores y profesoras atiendan con mayor eficacia la diversidad de los alumnos, nuestra propuesta se empeña en combinar la enseñanza mediante el uso de sistemas artificiales que se adapten

a las características y necesidades individuales de los educandos. El profesor puede asumir diversos roles, el de instructor cuando realiza explicaciones generales al grupo y el de guía cuando contribuye de una manera menos directa (en las sesiones de aprendizaje asistidas por computadora).

Los sistemas instruccionales pueden tener también, ciertas desventajas, a saber:

- Es un área de conocimiento donde no se ha incursionado mucho todavía, esto genera resistencia y anticuerpos, lo que ocasiona que algunos docentes se opongan rotundamente al cambio.
- Un sistema experto debe brindar a los usuarios (estudiantes y profesores) un alto nivel de confiabilidad: al profesor desde un punto de vista pedagógico y al estudiante cognitivo.
- El software disponible sobre todo en el área de la enseñanza y aprendizaje de la matemática es escaso aún, aunque se espera aumente la productividad en los próximos años.
- Se desempeñan en un área de conocimiento muy restringida.

Pese a estas limitaciones señaladas, creemos que, a largo plazo, los sistemas expertos instruccionales pueden convertirse en una solución para alcanzar objetivos de aprendizaje que van más allá (de acuerdo con la taxonomía de Bloom) de la simple memorización, a niveles superiores tales como: comprensión, aplicación y análisis. También vislumbramos, en este tipo de tecnología, una reducción de costos que permita mitigar el colapso demográfico en las instituciones de enseñanza: puede resultar más barato la compra o diseño de este tipo de sistemas, que la contratación de mayor personal docente o la construcción de nueva infraestructura.

### **APLICACIONES DE LOS SISTEMAS EXPERTOS PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR**

En esta sección se brinda una serie de ejemplos de sistemas expertos diseñados para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, donde se han identificado dos tipos: los de cálculo matemático de propósito general y

aquellos de propósito más específico.

### **Sistemas Expertos en Cálculo Matemático de Propósito General**

Actualmente en el mercado existen distintos tipos de sistemas expertos en cálculo matemático de propósito general, que son utilizados como herramientas sofisticadas para hallar resultados, programar o bien realizar investigación en muy diversas áreas relacionadas con la simulación matemática. Entre los paquetes más conocidos están *Mathematica*, *Matlab* y *Geometer's Sketchpad*.

De acuerdo con Juan Trujillo (2002) estos sistemas expertos reúnen una serie de características comunes, a saber:

- Son potentes manipuladores simbólicos.
- Pueden usar algoritmos de cálculo numérico basados en el método de almacenamiento denominado de coma flotante, típico de los lenguajes de programación científicos (como C) ampliamente aplicados tradicionalmente para la solución numérica de problemas matemáticos, y el de la aritmética racional, que permite al usuario llegar a obtener en la resolución del problema en cuestión la precisión que desee a cambio de coste computacional.
- Se puede trabajar con ellos de modo indistinto e interactivo, contando con una amplísima biblioteca de funciones y una interfase gráfica muy potente y cómoda de usar.
- Cuentan con un lenguaje de programación de alto nivel, tipo C, que le permite al usuario desarrollar sus propios paquetes o funciones.
- Cuentan con versatilidad en su relación con otros programas o lenguajes de programación.

#### ***Mathematica***

El software *Mathematica* es una herramienta informática muy poderosa, y una excelente opción para implementar laboratorios de matemática asistida por computadora, en muy diversas áreas. Juan Felix Ávila Herrera, de la

Escuela de Informática de la Universidad Nacional, opina (1999) a este respecto lo siguiente:

Desde 1988 *Mathematica* se convirtió en uno de los mejores (probablemente el mejor) ambiente completamente integrado para realizar computación técnica, marcando un hito en esta área. Una de las grandes ventajas de *Mathematica* estriba en la integración de tareas específicas como análisis numérico, álgebra lineal y graficación mediante un lenguaje simbólico de fácil manipulación. *Mathematica* ha servido también de plataforma para el desarrollo de software educativo en muchos cursos en primaria, secundaria y universidad.

*Mathematica* se ha utilizado en nuestro país para apoyar procesos de enseñanza y aprendizaje en la educación superior. Carlos Arce, de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica, ha trabajado desde la década del 90 con el software *Mathematica* para impartir los cursos MA0429: Matemática para Computación IV y MA0275: Álgebra Lineal. Como resultado de este trabajo publicó el libro *Álgebra Lineal* (con William Castillo y Jorge González). El libro expone la teoría y los ejercicios de un primer curso en esta área de conocimiento y han complementado su uso mediante una serie de prácticas con ejercicios resueltos utilizando *Mathematica*, publicados en la dirección electrónica: <http://maltsev.emate.ucr.ac.cr/~carce/>. La experiencia de Carlos Arce ha sido pionera en nuestro país, fue uno de los primeros académicos a nivel nacional interesado en complementar la labor docente de un curso de matemática universitario utilizando software como herramienta de cálculo e investigación.

Jorge Monge Fallas, de la Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica, mediante una entrevista realizada, nos informó acerca de los diversos usos pedagógicos que en esta unidad académica se le ha dado al software *Mathematica*, principalmente para apoyar la docencia en cursos propios de la carrera Matemática Asistida por Computadora. Según Monge, *Mathematica* se ha utilizado en los cursos como una herramienta de programación y cálculo. En la *Revista Virtual* que produce esta última institución el uso de *WebMathematica* ha sido fundamental para poner en línea cursos virtuales tales como: Cálculo de Probabilidades y Cálculo Superior.

## ***Matlab***

*Matlab* es una herramienta de cálculo simbólico, es decir, un sistema que realiza dos funciones: una super calculadora y un intérprete de un lenguaje de programación propio.

Nakamura (1997) opina que *Matlab* puede considerarse un lenguaje de programación que presenta las siguientes características:

- La programación de tareas matemáticas es más sencilla (si se compara con otros lenguajes).
- Hay continuidad entre valores enteros, reales y complejos (no hay distinción entre reales, complejos, enteros, de precisión sencilla y de doble precisión).
- La amplitud de intervalo y la exactitud de los números son mayores.
- Cuenta con una biblioteca matemática amplia.
- Cuenta con abundantes herramientas gráficas, incluidas funciones de interfaz gráfica con el usuario.
- Puede vincularse con lenguajes de programación tradicionales.
- Los programas elaborados en la aplicación son fáciles de transportar.

En matemática e ingeniería, *Matlab* se ha convertido en una herramienta por excelencia, al contar con una biblioteca muy amplia que facilita los análisis matemáticos. En nuestro país el software no ha sido muy utilizado; sin embargo, diversas universidades a nivel internacional han abierto cursos donde el programa constituye el principal apoyo pedagógico. Por ejemplo, en la Universidad Privada de Santa Cruz de la Sierra en Bolivia, María Isabel Bueno (1999) realizó una propuesta metodológica para la enseñanza del álgebra lineal con *Matlab*, dirigida a estudiantes de carreras en el área empresarial.

## ***Geometer's Sketchpad***

El programa *Geometer's Sketchpad* es un software producido por la

empresa norteamericana *Key Curriculum Press* y fue diseñado principalmente para servir como una herramienta de enseñanza y aprendizaje.

El software se desarrolló como parte del Proyecto de Geometría Visual (*Visual Geometry Project*, VGP), que recibe fondos de la Fundación Nacional de las Ciencias (*National Science Foundation*) dirigido por el Dr. Eugene Klotz del Swarthmore College y la Dra. Doris Schattschneider del Moravian College en Pennsylvania, E.U.A.

El programador del *Sketchpad* es Nicholas Jackiw, quien se integró al equipo de investigación en 1987, e inició las tareas de programación en 1988. En 1990, Jackiw diseñó la versión “beta” del programa que se utilizó para probarlo en las aulas.

La versión para Windows se empezó a comercializar en 1993 y actualmente ya está en el mercado la versión 4.0.

Aunque inicialmente el programa fue diseñado para la enseñanza de la geometría en la educación secundaria, la práctica ha demostrado que el *Sketchpad* es una herramienta pedagógica que se puede utilizar en niveles superiores. El programa permite diseñar experiencias de aprendizaje en áreas muy diversas de la matemática, tales como: la teoría de funciones, el cálculo y las ecuaciones diferenciales.

Algunos investigadores a nivel nacional han implementado proyectos para apoyar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática utilizando el *Sketchpad*. Por ejemplo, Luis Gerardo Meza Cascante, actual vicerrector académico del Instituto Tecnológico de Costa Rica, desarrolló el proyecto de investigación en docencia “Enseñanza de la Matemática en Séptimo Año con el Programa *Geometer’s Sketchpad*”. Los objetivos (alcanzados) de la investigación fueron los siguientes:

- Diseñar un conjunto de sesiones de aprendizaje para el logro de los objetivos propuestos en el programa de la educación secundaria, a nivel de séptimo año, en el área de la geometría, en los cuales se utilice el programa *Geometer’s Sketchpad*, que favorezca el logro de los fines expresados por el Ministerio de Educación en el programa de matemática de la educación secundaria.
- Elaborar un manual de la profesora o del profesor, con orientaciones

didácticas, que le permitan utilizar el conjunto de lecciones diseñadas en el desarrollo de procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

También Grettel Gutiérrez y Margot Martínez (2002) diseñaron una unidad didáctica para el tema de funciones en secundaria mediante el uso del programa *Geometer's Sketchpad*, con el propósito de ser utilizado en un ambiente de laboratorio. En la unidad didáctica se desarrollaron sesiones de aprendizaje acordes con los objetivos del programa oficial del Ministerio de Educación Pública.

### **Sistemas Expertos de Propósito Específico**

Este tipo de sistemas generalmente han sido el resultado de proyectos de investigación y esfuerzos académicos, que tienen por objetivo desarrollar sistemas inteligentes con un dominio de acción particular. Diversas universidades a nivel mundial han incursionado en su diseño, en áreas de aplicación tales como: probabilidades, redes neuronales y geometría.

En este artículo se destaca, a manera de ejemplo, un sistema experto de propósito específico denominado AgentGeom. AgentGeom fue desarrollado por Pedro Cobo de la Universidad de Catalunya y Joseph Fortuny del Departamento de Matemática de la Universidad Autónoma de Barcelona, con el objetivo de ayudar a los alumnos en la apropiación de habilidades estratégicas y argumentativas implicadas en la resolución de problemas, y en particular de problemas geométricos.

AgentGeom contribuye de manera autónoma en las competencias que debe poseer un estudiante para resolver un problema, creando condiciones interactivas para que el alumno pueda analizar el proceso de solución (en un área gráfica). También brinda ayudas al estudiante solo con la información necesaria, con la finalidad de favorecer un tipo de aprendizaje constructivista. Genera, además, habilidades argumentativas en matemática, contando para ello con un área deductiva donde el alumno dicta sentencias escritas siguiendo las normas del lenguaje matemático, lo anterior desarrolla la capacidad de abstracción y las ideas relacionadas con la demostración en matemática.

AgentGeom simula la conducta de un tutor humano en tres aspectos:

tiene autonomía en el sentido de mostrar cierta iniciativa y comportamientos calificables como espontáneos, se desempeña como un tutor; guía al estudiante y le proporciona mensajes de ayuda, y funciona como un mediador al recibir las entradas de los alumnos y del profesor, validando las acciones del estudiante. Este sistema experto de acuerdo con sus creadores: “puede ser una herramienta auxiliar del profesor para ayudarle a atender la diversificación de alumnos con la que se encuentra cada día”.

Como ya lo hemos apuntado, la enseñanza de la matemática puede contribuir decisivamente con el desarrollo de las habilidades del pensamiento y destrezas cognitivas, que fortalecen la capacidad de razonamiento, la disciplina mental y el rigor en la toma de decisiones. Mediante el desarrollo de este tipo de sistemas por computadora se ratifica esta percepción, recalcando, además, cómo los avances de las nuevas tecnologías están favoreciendo el desarrollo de competencias directamente relacionadas con la capacidad de los estudiantes para la resolución de problemas.

## CONCLUSIONES

La inteligencia artificial en la actualidad presenta múltiples aplicaciones en distintos ámbitos de las actividades comerciales, militares y de la vida en sociedad. En el campo educativo, sus más importantes aportes se circunscriben en los avances de las tecnologías que tienen que ver con los sistemas expertos y en particular los sistemas instruccionales.

La creación de sistemas instruccionales inteligentes, en mayor o menor medida, está permitiendo automatizar procesos de enseñanza y de aprendizaje que, en los centros educativos (con aulas sobrecargadas de alumnos), se ha convertido en una nueva opción que da posibilidad de respetar la diversidad y las condiciones individuales de aprendizaje de los estudiantes.

Por otra parte, en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática la crisis demanda soluciones nuevas, que le permitan a los educandos aprender de una forma más interactiva (matemática asistida por computadora), como

complemento de la educación tradicional. Es en este sentido, donde el uso de las tecnologías de la información y la comunicación cobra un lugar preponderante, hacia la búsqueda de ambientes de aprendizaje heurísticos donde el estudiante explore, conjeture y construya su propio conocimiento.

El uso adecuado de sistemas expertos con un propósito general o específico para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, a largo plazo, creemos, tendrá que ocupar gran parte de los esfuerzos académicos en las instituciones de enseñanza superior. La sociedad de la información y de la comunicación lo exige; los cambios pedagógicos y metodológicos en la antigua concepción de universidad se orientan a la búsqueda de una formación matemática que otorgue a los individuos un verdadero desarrollo en sus habilidades de pensamiento y toma de decisiones.

Finalizamos con una frase citada por B. Eckmann: “respecto al ordenador, he oído una y mil veces decir: les guste o no a los matemáticos, el ordenador está allí; yo no estoy de acuerdo con esta afirmación; nos gusta el ordenador y lo usamos, más vuelvo la frase por pasiva y respondo que, les guste o no el ordenador, las matemáticas están ahí”.

## REFERENCIAS

- Arce, C. (1997). *Reglas de Reescritura para Ecuaciones de Superficies Cuadráticas con Mathematica. Memorias del V Encuentro Centroamericano de Investigadores en Matemática, 1(1)*, 105-113.
- Arce, C. (2001). *Ejercicios Resueltos y Exámenes de Álgebra Lineal*. San José: Editorial de la Universidad de Costa Rica.
- Arce, C., Castillo, W. y González, J. (2004). *Álgebra Lineal*. San José: Editorial de la Universidad de Costa Rica.
- Arce, C. (2004, agosto 1). *Materiales para los Cursos MA0429 y MA0275*. [En línea]. <<http://maltsev.emate.ucr.ac.cr/~carce/>> [2005, febrero 7].
- Arias, J. (s.a.). *Publicaciones y Documentos*.

- [En línea]. <<http://roble.pntic.mec.es/~apantoja/publica/arias1.htm>> [2005, julio 10].
- Ashby, E. (1969). *Technology and the Academics*. Inglaterra: MACMILLAN & CO LTD.
- Astorga, A. y Sánchez, A. (1999). Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora: Experiencia del Instituto Tecnológico de Costa Rica. *Memorias del Primer Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora, 1* (1), 197-206.
- Ávila, J. (1999). *Conjeturas con Mathematica*. *Memorias del Primer Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora, 1*(1), 124-130.
- Bartolomé, A. (1996). *Preparando para un Nuevo Modo de Conocer*. *Revista Electrónica de Tecnología Educativa, 1*(4), 1-15.
- Briones, L. (2002). Demandas de la Sociedad del Conocimiento a la Gestión del Currículum Escolar. *Revista Digital Umbral 2000, 1*(10), 1-23.
- Bueno, M. (1999). *Aprendiendo Álgebra Lineal con Matlab, una Experiencia Didáctica*. *Memorias del Primer Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora, 1*(1), 60-71.
- Cobo, P. y Fortuny, J. (2003). Artificial and Human Tutoring in Mathematics Problem Solving. [En línea]. < [www.um.es/ead/red/M2](http://www.um.es/ead/red/M2) > [2005, julio 15].
- Cuevas, J., Álvarez, M. y Valido, I. (1999). *Curso de Ecuaciones Diferenciales Asistido por Computadoras en la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas*. *Memorias del Primer Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora, 1*(1), 270-272.
- Dorrego, E. (2004). Transformación de la Educación Superior en América Latina. *Nuevas Tecnologías y Educación, 1*(1), 125-127.
- Galvis, A. (1992). *Ingeniería de Software Educativo*. Colombia: Ediciones Uniandes.
- Gutiérrez, G. y Martínez, M. (2002). Tesis: Aplicaciones del programa “El Geometra” en la enseñanza del tema de *Funciones* en secundaria. Universidad Nacional.
- Hernández, L. y Rodríguez, M. (1999). *La Formación de Profesores de Matemática*

*en las Nuevas Tecnologías. Memorias del Primer Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora, 1(1), 248-252.*

Kolman, B. (1999). *Álgebra Lineal con Aplicaciones y Matlab*. México: Pearson.

Meza, L., Garita, G. y Villalobos, L. (2001). *Estrategias Didácticas para Desarrollar Procesos de Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática Asistidos por Computadora. Memorias del II Congreso Internacional de Matemática Asistida por Computadora, 1(1), 84-96.*

Meza, L. (2000). *Consideraciones sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Memorias del Segundo Festival de Matemáticas, 1(1), 129-136.*

Meza, L. (2001). *Elementos para Enseñar Matemática*. Costa Rica: Editorial del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Monge, J. (2005). [entrevista con el profesor Jorge Monge Fallas, docente].

Nakamura, S. (1997). *Análisis Numérico y Visualización Gráfica con Matlab*. México: Prentice-Hall.

Pérez, C. (2002). *La Universidad en el Nuevo Paradigma: Formar para la Vida en la Sociedad del Conocimiento*. [En línea]. <<http://www.carlotaperez.org/portada.htm>> [2005, febrero 19].

Pons, J. (2004). *La Formación Superior y el Reto de las Nuevas Tecnologías de la Información. Nuevas Tecnologías y Educación, 1(1), 119-123.*

Rich, E. y Knight, K. (1994). *Inteligencia Artificial*. España: Mc Graw Hill.

Roman (s.a.) *Inteligencia Artificial: los Sistemas Expertos*. [En línea]. <<http://www.rinconcitodelphi.com/articulos/IA/Articulo.htm>> [2005, julio 14].

