



COMPRENSIÓN DEL APRENDIZAJE DE LA ARITMÉTICA DESDE LA DIVERSIDAD COGNITIVA: HACIA LA ACCESIBILIDAD

UNDERSTANDING ARITHMETIC LEARNING FROM COGNITIVE DIVERSITY: TOWARDS ACCESSIBILITY

Elba Azucena Martínez Cárdenas¹

 ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-8061-2183>

RESUMEN

La presencia de discapacidad intelectual y de discalculia en las aulas escolares regulares es un desafío para los profesores, en particular por la baja comprensión frente al aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque de diversidad cognitiva. En este artículo de revisión de literatura, se muestra la emergencia de investigación en educación matemática que fortalezca la reflexión didáctica sobre la comprensión de los procesos de aprendizaje de estudiantes con trastornos del neurodesarrollo, para favorecer el diseño de ambientes de aprendizaje de la aritmética que sean accesibles. Para esto, se relacionan aspectos cognitivos, semióticos y afectivos para comprender la diversidad cognitiva como natural a todo ambiente de aprendizaje, y se constituyen trayectorias hipotéticas de aprendizaje, específicamente de patrones aritméticos mediados por juegos estructurados matemáticamente. Se instala el juego como un dispositivo didáctico relacionado con la práctica de resolución de problemas, en la que se desarrollan heurísticas, se producen cambios de estado y se genera conexión afectiva, por lo que se alcanza progresión en el aprendizaje de patrones aritméticos y en la construcción y desarrollo de representaciones desde la interacción con lo otro y con los otros. Finalmente, se considera la posibilidad de hacer uso de la electroencefalografía en el rastreo del aprendizaje de la aritmética, con el fin de evidenciar conexiones entre los aspectos enunciados y la respuesta biológica de la actividad eléctrica del cerebro durante las prácticas de juego.

Palabras clave: Diversidad cognitiva, Discapacidad intelectual, Discalculia, Aprendizaje de patrones aritméticos, Juegos estructurados, Electroencefalografía.

ABSTRACT

The presence of intellectual disability and dyscalculia in regular school classrooms poses a challenge for teachers, particularly due to the low comprehension of mathematics learning from a cognitive diversity perspective. This literature review article highlights the emergence of research in mathematics education aimed at enhancing didactic reflection on understanding the learning processes of students with neurodevelopmental disorders, to promote the design of arithmetic learning environments that are accessible. Cognitive, semiotic, and affective aspects are related to understand cognitive diversity as inherent to every learning environment, and to establish hypothetical learning

¹ Doctorado Interinstitucional en Educación, énfasis en Educación matemática, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia, Código postal: 111161, Correo electrónico: elamartinez@udistrital.edu.co



trajectories, specifically of arithmetic patterns mediated by mathematically structured games. Game-based learning is introduced as a didactic device, related to problem-solving practice, in which heuristics are developed, state changes occur, and affective connections are generated, achieving progression in the learning of arithmetic patterns, in the construction and development of representations from interaction with the other and with others. Finally, the possibility of using electroencephalography in tracking arithmetic learning is considered, in order to demonstrate connections between the aforementioned aspects and the biological response of brain electrical activity during gaming practices.

Keywords: Cognitive diversity, Intellectual disability, Dyscalculia, Learning arithmetic patterns, Structured games, Electroencephalography.

1. INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la educación inclusiva es imperante en la actualidad mundial; la UNESCO insta a “garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje para todos” (2016, p. 20). Esto indica que no es suficiente incluir al estudiante en el aula, sino que se requiere posibilitar el proceso de aprendizaje (Martínez, 2019). Entonces, el desafío para la investigación educativa consiste en construir relaciones y conocimiento para ampliar la comprensión sobre las condiciones de las poblaciones con discapacidad, así como los referentes que pueden posibilitar el diseño de ambientes de aprendizaje accesibles.

Comprender la discapacidad desde la diversidad funcional busca caracterizar la discapacidad a partir de la relación entre las capacidades de las personas y las demandas del ambiente en el que se desenvuelven (OMS, 2001). Desde esta perspectiva, la comprensión de las condiciones de las poblaciones puede permitir el diseño de ambientes de aprendizaje que eliminen barreras para el aprendizaje. Condiciones de neurodesarrollo atípico como la Discapacidad Intelectual (en adelante DI) implican mayores desventajas para los estudiantes (OMS, 2001) y mayores retos para los profesores. Las condiciones particulares de la población no son visibles, por lo que se complejiza la forma de diseñar las adaptaciones correspondientes y necesarias para eliminar barreras de aprendizaje.

La diversidad del funcionamiento cognitivo en el aprendizaje de las matemáticas se hace visible en las aulas escolares, en este caso en niños con DI o con discalculia, dado que presentan condiciones enmarcadas en trastornos del desarrollo neurológico (OMS, 2001; Fernández, et.al., 2010; APA, 2014). Se aborda la discalculia para establecer un panorama del problema de investigación en el campo específico de la educación matemática, lo que aporta en el conocimiento de indicadores de dificultades en el aprendizaje de las matemáticas y las implicaciones que tiene para la persona que no se eliminan barreras, como la persistencia de la dificultad y la afectación social y adaptativa que puede implicar.

La discalculia se caracteriza por la dificultad en el dominio de la aritmética, en respuesta a esto, se propone la identificación de patrones aritméticos como objeto de estudio, ya que son base para la construcción de otras ideas matemáticas y de otros patrones (Clements y Sarama, 2015). Así mismo, se constituyen desde un hábito cognitivo de encontrar regularidades (Steen, 1988; Clements y Sarama, 2015), lo cual favorece el aprendizaje de las matemáticas.

Partiendo de estos fundamentos, desde el enfoque de diversidad cognitiva, esta revisión de literatura presenta una propuesta de investigación, en la que se aborda la articulación de aspectos cognitivos, semióticos y afectivos como indisociables en el aprendizaje de las matemáticas, integrando la incorporación de juegos estructurados matemáticamente. Estos juegos se

proponen como dispositivos didácticos para favorecer el desarrollo de trayectorias de aprendizaje de la aritmética (Clements y Sarama, 2015; Palomá, 2018; Rodríguez, 2018; Pinzón, 2021) y como artefactos tecnológicos que junto a la lectura de ondas electroencefalográficas (EEG) ofrecen información para ampliar la comprensión del aprendizaje de las matemáticas, generando datos sobre cambios de estado en el aprendizaje, que aporten a reflexiones didácticas que impacten en prácticas pedagógicas incluyentes.

2. DIVERSIDAD COGNITIVA EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

La discapacidad se manifiesta desde una relación entre las limitaciones que tiene la persona de acuerdo con su funcionamiento a nivel sensorial, motor y mental, respecto a su entorno y sus posibilidades de participación en el mismo (OMS, 2001). Considerar la variación en el funcionamiento de las diferentes estructuras biológicas humanas y el impacto en sus posibilidades de participación en el ambiente es lo que se entiende como el enfoque de diversidad funcional. En particular, la diversidad cognitiva refiere a la variación en las funciones involucradas en el proceso de aprendizaje; en la clase de matemáticas se manifiesta en trastornos del desarrollo neurológico (APA, 2014) como la DI (trastorno de desarrollo intelectual) y la discalculia (trastorno específico del aprendizaje de las matemáticas).

La percepción y el conocimiento que el profesor tiene sobre la discapacidad impacta en el desarrollo de sus prácticas pedagógicas. Duschatzky y Skliar (2000) consideran que, si se comprende la discapacidad como un déficit, entonces se establecen prácticas educativas excluyentes. Los profesores pueden manifestar baja expectativa frente al aprendizaje de las matemáticas de estudiantes con DI, lo cual tiene efectos en su marginación dentro de las prácticas escolares (Clements y Sarama, 2015; Howard y Otros, 2018). Estudios previos han planteado que la mayor parte de las experiencias de fracaso en matemáticas no necesariamente responden a razones neurológicas, sino que pueden ser derivadas de la enseñanza o de situaciones diversas vividas por los alumnos con o sin discapacidad. Así, las dificultades que presentan niños con bajo rendimiento en matemáticas están relacionadas con una interacción de factores ambientales como la calidad de la educación y las oportunidades de aprender, sin olvidar el desarrollo temprano y el entorno de aprendizaje en el hogar (Butterworth, 2005; Broitman y Sancha, 2021; Clements y Sarama, 2015; Fritz, et al., 2019).

En la investigación educativa se ha identificado que los aportes para ocuparse de las condiciones de enseñanza de contenidos matemáticos a alumnos con y sin discapacidad de manera simultánea no son suficientes (Broitman y Sancha, 2021). La neurociencia revela que la capacidad de aprender del ser humano puede superar barreras biológicas, dada la plasticidad del cerebro y su capacidad de adaptación a cambios orgánicos. Para Dehaene (2019), la comprensión de “un modelo mental de lo que ocurre dentro de la cabeza del niño” (p. 18) puede contribuir a mejorar el aprendizaje de todos; ya que, aunque existen variaciones entre lo que los distintos niños saben, esto no significa que dejen de tener los mismos algoritmos de aprendizaje.

En la comprensión del acceso al aprendizaje de las matemáticas se devela la presencia de relaciones entre aspectos cognitivos, semióticos y afectivos. En primer lugar, los múltiples interpretantes que se desarrollan entre los estudiantes de un aula de clase --bajo un único diseño producto del interpretante realizado por el profesor en relación con el objeto matemático a estudiar-- evidencian juegos de interpretación de signos que se dan en el marco de la comunicación e interacción en la clase (Saénz-Ludlow, 2016). En segundo lugar, se puede acceder al

aprendizaje de las matemáticas a través de representaciones y operaciones cognitivas como el tratamiento y la conversión, entre e inter diferentes registros de representación (Duval, 2016). Esto implica que el diseño didáctico puede favorecer o no las prácticas que pongan en juego los procesos cognitivos necesarios para permitir el acceso al aprendizaje de las matemáticas. Finalmente, la afectividad tiene efectos en la cognición, por lo que la ansiedad matemática puede evitar que se active el conocimiento asociativo numérico (Kaufmann, et al., 2004).

Ahora bien, la discalculia potencializa dificultades más allá del desempeño académico; afecta la interacción social (Hornigold, 2015), genera problemas cotidianos al no poder hacer cuentas básicas, lo que impacta también su desarrollo laboral y social. Butterworth (2020) afirma que, a nivel emocional, la discalculia puede producir ansiedad matemática o, como plantean Emerson y Babbie (2010), una ansiedad matemática puede exacerbar una dificultad matemática.

3. APRENDIZAJE DE PATRONES ARITMÉTICOS DESDE LA DIVERSIDAD COGNITIVA

El aprendizaje, desde el punto de vista cognitivo, es un proceso en el que se establecen relaciones entre el cuerpo y la mente en las que se planifican las acciones futuras de acuerdo con lo percibido en las experiencias vividas (Dewey, 1998). La persona no es un espectador del mundo, sino que hace parte de este; en el aprendizaje “el cerebro reorganiza la actividad para mantener su continuidad; es decir, para hacer aquellas modificaciones en la acción futura que se requieren por lo ya hecho” (p. 282). Estudios de neurociencia desde la cognición humana expresan que la capacidad de aprender del ser humano se puede modificar continuamente, ya que “aprender es un principio vital, y el cerebro humano tiene un enorme potencial para la plasticidad: para modificarse por sí solo y adaptarse” (Dehaene, 2019, p. 10). Los planteamientos de Dehaene están en correlación con Dewey, quien cien años atrás, y con menos tecnología, ya establecía la necesidad de que el aprendizaje se desarrollara desde la experiencia.

La comprensión del proceso evolutivo de construcción de significados tiene efecto en el diseño de las clases de matemáticas y el proceso de inclusión, dado que los aspectos cognitivos del aprendizaje de las matemáticas se relacionan con la perspectiva semiótica de las relaciones en la triada signo-objeto-interpretante. A su vez, esta triada representa lo natural en la diversidad cognitiva en cualquier aula de clase, debido a que en un ambiente de clase se desarrollan “juegos de interpretación” en los cuales “profesor y estudiantes se constituyen como sujetos intencionales capaces de interpretar signos lingüísticos, matemáticos y de otros tipos, en una sucesión de actos colaborativos de interpretación y comunicación llamados ciclos de interpretación” (Sáenz-Ludlow, 2016, p. 160). En los juegos de interpretación el profesor requiere tener conocimiento de diversas formas de interpretación de un objeto durante su proceso de planeación de la enseñanza, para brindar variadas entradas al aprendizaje de dicho objeto. El profesor como sujeto intencional *a priori* realiza una interpretación de signos para poderlos llevar a la discusión en el aula. En palabras de Sáenz-Ludlow (2007):

El maestro usa su conocimiento para estructurar las lecciones que se enseñarán y las estrategias de enseñanza que se usarán para involucrar a los estudiantes en el dialogo y así facilitar sus estrategias de pensamiento, sus interpretaciones y sus formas de comunicar (p. 194)

El aprendizaje de las matemáticas en particular está caracterizado por una naturaleza inmaterial de los objetos matemáticos que se requiere expresar a través de representaciones físicas, como son los signos matemáticos (Sáenz-Ludlow, 2016), los cuales están estructurados

por sistemas de representación semiótica (Duval, 2016). Es decir, que no se accede directamente a los objetos matemáticos por la experiencia o por los sentidos (Duval, 2016). En cambio, el aprendizaje de las matemáticas implica experiencia personal y social, en la que se realiza la interpretación de signos matemáticos y la construcción de significados matemáticos a través de la comunicación con otros (Sáenz-Ludlow, 2016). Estas interpretaciones y significados evolucionan de forma continua “como resultado de la exposición del individuo a una variedad de experiencias estrechamente interrelacionadas dentro de diferentes contextos, sociales y físicos” (Sáenz-Ludlow, 2006, p. 183).

Compatible con el proceso evolutivo y continuo del aprendizaje de las matemáticas, se relaciona el enfoque de trayectorias de aprendizaje, las cuales se estructuran de acuerdo con metas de aprendizaje, niveles de desarrollo y tareas asociadas a cada nivel para, progresivamente, alcanzar la meta, que refiere a una idea matemática (Clements y Sarama, 2015). Estos elementos combinados forman *a priori* Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje (en adelante THA), que se basan en hipótesis de investigación de lo que el niño puede realizar en cada nivel de progresión de la trayectoria. Proponer en el diseño didáctico una progresión natural de aprendizaje desde diferentes entradas al objeto de estudio puede posibilitar que el estudiante con DI manifieste avance en su trayectoria real de aprendizaje (Martínez, 2019). Por otro lado, en el caso de la discalculia se requiere variar las entradas a la aritmética, ya que se han identificado, mediante la topografía cerebral, posibles afectaciones en la región parietal, que tiene la función de percibir la representación de la cantidad (Redolar, 2014; Dehaene, 2016).

4. JUEGO DISPOSITIVO DIDÁCTICO PARA EL APRENDIZAJE DE PATRONES ARITMÉTICOS DESDE LA DIVERSIDAD COGNITIVA

La pobre comprensión de los números, en el sentido numérico es uno de los rasgos más evidentes en la discalculia (Geary, et al., 2000; Emerson y Babbie, 2010), por lo que se propone estructurar un diseño centrado en mejorar los procesos de aprendizaje en la aritmética, dentro de la cual, los patrones aritméticos son un objeto matemático que permite construirse desde el enfoque de trayectorias de aprendizaje como “un proceso, un dominio de estudio y un hábito de la mente” (Clements y Sarama, 2015, p. 304). Los patrones son generadores de otras ideas matemáticas (Clements y Sarama, 2015), identificarlos y aplicarlos ayuda a establecer orden, cohesión, predictibilidad (Bishop, 2000, p. 111), por lo que su aprendizaje es importante en el estudio de las matemáticas iniciales, para proporcionar la base necesaria para el desarrollo del pensamiento estratégico (Hargreaves, et.al. 1998, p. 330).

Los patrones se comprenden como constitutivos de las matemáticas, los cuales se emplean en aplicaciones de las matemáticas para explicar y predecir fenómenos naturales. Steen (1988) afirma que

el matemático busca patrones en el número, en el espacio, en la ciencia, en las computadoras y en la imaginación. Las teorías matemáticas explican las relaciones entre patrones, funciones y mapas, operadores y morfismos, se une un tipo de patrón a otro para producir estructuras matemáticas duraderas. (p. 616)

Identificar patrones es una actividad matemática en la que surgen otros patrones, lo cual produce patrones de patrones (Steen, 1988). Desde el proceso cognitivo, el aprendizaje de patrones aritméticos requiere de procesos de atención, comparación, repetición y desarrollo de heurísticas de solución de situaciones que muestran progresión en su aprendizaje (Clements y Sarama, 2015). En suma, diseñar una trayectoria de aprendizaje de patrones aritméticos y

promover su progresión. a través de variadas entradas y experiencias, puede ser un punto de partida hacia la accesibilidad al aprendizaje de esta y otras grandes ideas matemáticas.

Una experiencia que permite el desarrollo de una THA de patrones aritméticos y que articula los aspectos semióticos, afectivos y cognitivos es el juego estructurado matemáticamente (Rodríguez, 2018). Resolver el juego es paralelo al proceso de resolución de problemas matemáticos, y en dicho proceso se promueve el vínculo cuerpo-mente en el aprendizaje (Dewey, 1998; Semetsky, 2014). Estudios previos con poblaciones diversas manifiestan que no solo se pueden identificar estructuras numéricas asociadas a los cambios de estado de un juego, sino que se manifiestan preliminarmente patrones corporales, rítmicos y verbales (Palomá, 2018, Rodríguez, 2018).

Un estudio realizado con población sorda describió patrones corporales durante el análisis y la solución de juegos, que posteriormente se representan en patrones aritméticos (Rodríguez, 2018). La Figura 1 presenta una viñeta que en la parte superior sugiere el patrón corporal que relaciona “Mirada” (representado con M negra), “Mano” (representada con M roja) y “Cabeceo” (representado con C). En la parte inferior se relaciona una aproximación al patrón numérico de acuerdo con las iniciales R y A, que representan los colores de las fichas. Este ejemplo ilustra cómo las habilidades cognitivas están intrínsecamente ligadas a los patrones corporales y numéricos durante la resolución de problemas matemáticos. La autora del estudio también menciona la presencia de habilidades de autorregulación, como el centrar la mirada para anticipar el próximo paso en el proceso de solución del juego. Estos hechos son relevantes para la accesibilidad al aprendizaje ante la diversidad cognitiva, ya que se pueden desarrollar registros de representación semiótica diversos, desde el lenguaje, los gestos y los movimientos, a través de los cuales se manifiesta la progresión de aprendizaje de patrones aritméticos. Es decir que no solo se contaría con distintas entradas al aprendizaje, sino también con distintas formas de identificar la producción de significados matemáticos.

Figura 1. Ejemplo de patrón corporal “resolviendo el juego”.



Fuente: Rodríguez (2018, p. 75).

El juego se vincula al diseño como un dispositivo didáctico que integra el tipo de interacciones sociales que se dan frente a este, la lúdica, la diversión y heurísticas asociadas a la resolución de problemas, particularmente, se plantea un aprendizaje a partir de juegos estructurados matemáticamente. El juego en su dimensión de dispositivo didáctico permite estructurar la relación entre el diseño de la enseñanza y el aprendizaje (Calderón y León, 2015), se vincula directamente al aprendizaje de las matemáticas en su relación con los procesos de la resolución de problemas matemáticos (Bruner, 1983; De Guzmán, 1984; Corbalán, 1996; Edo,

et al., 2014), por otro lado, conecta aspectos afectivos, como favorecer la interacción social con los otros en el ambiente lúdico y con lo otro, conectando con la mente y lo que desarrolla en esta (Huizinga, 1980). Desde la lúdica y la interacción social; el juego permite minimizar las consecuencias de las acciones, ofrece la oportunidad para realizar “combinaciones de la conducta que no se podrían realizar bajo tensión funcional” (Bruner, 1983, p. 45).

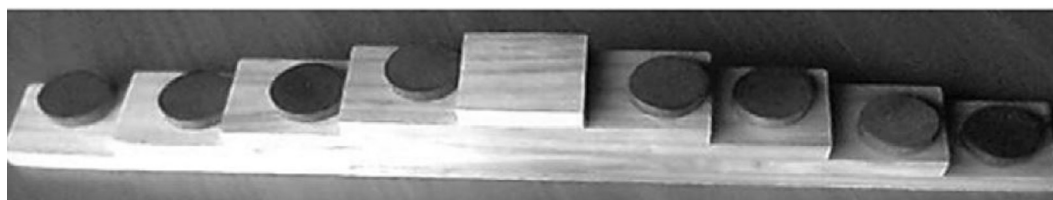
El juego permite construir un ambiente que se aleje del miedo al error, situación que potencia la plasticidad cerebral (Dehaene, 2019). Los juegos en la enseñanza de las matemáticas aportan particularmente a las personas que tienen dificultades con las matemáticas, ya que encuentran disfrute en el desarrollo de juegos cuya estructura difiere en poco de la matemática:

“... se puede pensar que muchas de estas personas, adecuadamente motivadas desde un principio, tal vez a través de esos mismos elementos lúdicos que están descargados del peso psicológico y de la seriedad temible de la matemática oficial se mostrarían, ante la ciencia en general y ante la matemática misma en particular, tan inteligentes como corresponde al éxito de su actividad en otros campos diferentes.” (De Guzmán, 1984, p. 11)

Por su parte, Clements y Sarama (2015) manifiestan que las matemáticas se pueden promover a través del juego, que la percepción el juego mejora con objetos reales y que todos los niños deberían jugar con materiales estructurados. Realizar registros escritos es un aspecto semiótico que indica que un juego de estrategia es adecuado para la enseñanza de las matemáticas (Corbalán, 1996). Particularmente en el análisis de los procesos de solución de juegos, los niños pueden construir registros de representación semiótica de los procesos que perciben o los patrones que identifican en la solución. Estos registros permiten un acercamiento al conocimiento matemático, lo que se articula, por ejemplo, con el aprendizaje de aritmética (Palomá, 2018; Rodríguez; 2018; Martínez, 2019; Alonso, 2020).

El juego “La escalera” se toma como ejemplo de juego estructurado matemáticamente que permite la articulación con una trayectoria de aprendizaje de patrones aritméticos, y que manifiesta en sus cambios de estado la posibilidad de relacionar los aspectos cognitivos, semióticos y afectivos de acuerdo con lo descrito. Estudios previos evidencian el favorecimiento del aprendizaje de las matemáticas en poblaciones diversas (Palomá, 2018; Rodríguez; 2018; Martínez, 2019; Alonso, 2020). Su evolución en diseño accesible ha permitido, también, una evolución en tecnología que permite la toma de datos computacionalmente y el vínculo con el seguimiento de ondas electroencefalográficas, que es el reto que asume esta investigación.

Figura 2. Escalera GIIPLYM.



Fuente: Calderón y León (2015, p. 173).

La escalera surge de la adaptación al juego llamado “las ranas”, “sol y sombra” o “blanco y negro” (Corbalán, 1996, p. 23); una de las primeras adaptaciones es hacer el juego tridimensional, para darle el nombre y la imagen de escalera y permitir una visualización espacial diferente a la versión original (Figura 2). Este juego cuenta con dos grupos de piezas de distinto color a cada lado de la estructura, y para su solución se requiere intercambiar los lugares de las piezas, de tal manera que aquellas que se encuentran a la derecha pasen a la izquierda y viceversa. Las reglas del juego consisten en que solo se puede mover una pieza cada vez, solo se puede avanzar una posición cada vez y se puede saltar por encima de una pieza solo si es del color contrario (Palomá, 2018).

Una adaptación realizada en un semillero del Grupo de Investigación Interdisciplinaria en Pedagogía del Lenguaje y las Matemáticas (en adelante GIIPLyM) consiste en incorporar, luces, sonidos, texturas e imanes, con la finalidad de hacer la arquitectura del juego accesible para poblaciones diversas (ver Figura 3).

Figura 3. Escalera adaptación.



Fuente: Rodríguez (2018, p. 21).

Una incorporación tecnológica posterior relaciona el uso de la electrónica en el prototipo con una programación que lleva los datos de los movimientos del jugador a un archivo de Excel, para hacer el seguimiento de los cambios de estado en el desarrollo del juego y describir una trayectoria del aprendizaje de este.

Figura 4. Tecnología de juego inclusiva y tecnología de análisis intermedia

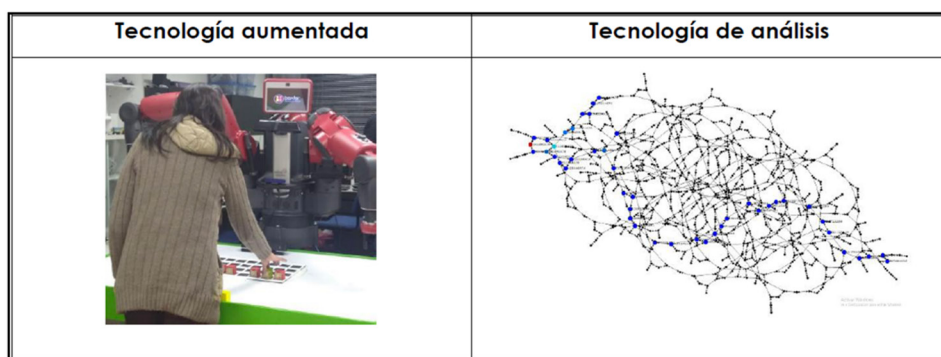
Tecnología inclusiva	Tecnología de análisis																																																																								
	<table><tr><th>P1</th><th>P2</th><th>P3</th><th>P4</th><th>P5</th><th>P6</th><th>P7</th><th>P8</th><th>P9</th><th>Engagement</th><th>Valence</th><th>Contempt</th><th>Surprise</th><th>Anger</th><th>Sadness</th><th>Disgust</th><th>Fear</th><th>Joy</th></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>0</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>26,436</td><td>-29,224</td><td>0.173</td><td>0.178</td><td>0.002</td><td>0.021</td><td>73.903</td><td>0.004</td><td>0.002</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td>4</td><td>0</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>16,852</td><td>-21,801</td><td>0.135</td><td>0.509</td><td>0.001</td><td>0.014</td><td>57.518</td><td>0.001</td><td>0.001</td></tr></table>	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	Engagement	Valence	Contempt	Surprise	Anger	Sadness	Disgust	Fear	Joy	1	2	3	4	0	5	6	7	8	26,436	-29,224	0.173	0.178	0.002	0.021	73.903	0.004	0.002	1	2	3	0	4	5	6	7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	5	4	0	6	7	8	16,852	-21,801	0.135	0.509	0.001	0.014	57.518	0.001	0.001
P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	Engagement	Valence	Contempt	Surprise	Anger	Sadness	Disgust	Fear	Joy																																																								
1	2	3	4	0	5	6	7	8	26,436	-29,224	0.173	0.178	0.002	0.021	73.903	0.004	0.002																																																								
1	2	3	0	4	5	6	7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0																																																								
1	2	3	5	4	0	6	7	8	16,852	-21,801	0.135	0.509	0.001	0.014	57.518	0.001	0.001																																																								

Fuente: Palomá (2018).

Se presenta una tecnología inclusiva para la escalera. Este prototipo cuenta con luces, sonido y vibración, además de fichas elaboradas con diferentes texturas en impresión 3D, y una tecnología de análisis intermedia, ya que permite sistematizar los cambios de estado del juego (ver Figura 4). Cada pieza del juego es identificada con un número del 1 al 8 y el espacio vacío del juego se identifica con un 0; de esta forma se evidencia en la tabla en cada fila el cambio de posición de las fichas. Este experimento en particular, vincula además un seguimiento de gestos que reflejaban emociones, vinculando esa conexión cuerpo-mente en el desarrollo del juego.

La tecnología aumentada para el análisis del proceso del jugador y las trayectorias del juego evolucionó a un software que permite generar un grafo de todos los posibles cambios de estado del juego, describiendo una trayectoria ideal de desarrollo, la cual se compara con la trayectoria que sigue cada jugador. La arquitectura del juego presenta la conexión con un robot que, a través de una cámara y un software especializado, combina el seguimiento de las trayectorias del juego con la identificación de emociones de acuerdo con los gestos del jugador (ver Figura 5).

Figura 5. Tecnología aumentada de seguimiento del jugador y grafo de trayectoria de la escalera.



Fuente: Palomá (2018, p. 48).

El juego “La escalera” es un ejemplo de dispositivo didáctico para comprender la diversidad cognitiva desde el rastreo de las trayectorias de aprendizaje del juego y su relación con el desarrollo de la trayectoria de aprendizaje del objeto matemático. Este se da a partir de la experiencia física que tiene una connotación mental (Palomá, 2018); además, este juego en particular permite el desarrollo de una trayectoria de patrones aritméticos porque “gira en torno a la búsqueda e identificación de cambios, de regularidades, de patrones, de modelaciones” (Palomá, 2018, p. 102).

Se tiene una base de rastreo de cambios de estados del juego según la evolución en las tecnologías de análisis promovida por Páez et al. (2022). Desde estos seguimientos, los autores plantean dar respuesta a la problemática en la investigación en educación a partir de la modelación computacional de juegos, de forma que se recopilen datos sobre las trayectorias de aprendizaje de estos; los autores consideran que actualmente la investigación continúa siendo manual, local y reducida. Con estas tecnologías de análisis en la investigación en educación matemática se puede ampliar la comprensión del aprendizaje de patrones aritméticos en poblaciones con condiciones particulares de diversidad cognitiva, como las poblaciones con DI o con indicadores de discalculia, asociando las trayectorias de desarrollo del juego con patrones cognitivos que se desarrollan en el aprendizaje de las matemáticas.

Rastrear el comportamiento neuronal durante el desarrollo de una actividad matemática como el juego La escalera se puede realizar con la exploración en el registro de ondas electroencefalográficas (en adelante EEG). Pinzón (2021) refleja en un estudio exploratorio que se pueden registrar conexiones entre el seguimiento de la actividad neuronal, el seguimiento del aprendizaje de los patrones aritméticos, y aspectos afectivos evidentes en los momentos de ansiedad, inseguridad y estrés en correlación con acciones en el juego.

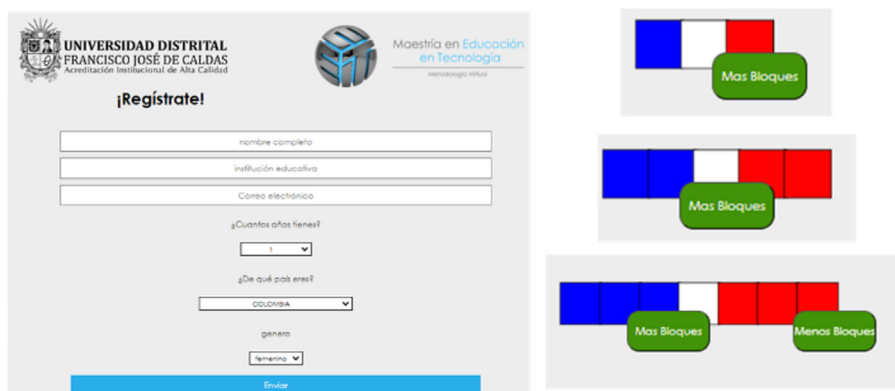
5. EXPECTATIVA DE DESARROLLO METODOLÓGICO - LABORATORIO PRELIMINAR

El laboratorio que se plantea para el proyecto de investigación, basado en la revisión de literatura, vincula a la metodología de toma de datos del juego La escalera con el seguimiento de electroencefalografía. Este se enfoca en rastrear los procesos de atención para comprender si el ambiente mediado por juegos puede favorecer la accesibilidad al aprendizaje de patrones a población con diversidad cognitiva. Desde la neurociencia se indica que “el entrenamiento del control ejecutivo puede modificar el coeficiente intelectual” (Dehaene, 2019, p. 219) y que un diagnóstico de coeficiente intelectual no determina la capacidad de aprender de una persona. Esta valoración representa una capacidad de comportamiento del cerebro que puede ser modificada a través del proceso educativo: “al igual que cualquiera de nuestras habilidades, su base está conformada por circuitos cerebrales específicos cuyos pesos sinápticos pueden modificarse mediante el entrenamiento” (Dehaene, 2019, p. 219).

Ante la posibilidad de modificar el coeficiente intelectual mediante el entrenamiento del control ejecutivo, se encuentra la noción de flexibilidad mental o flexibilidad cognitiva (Anderson, 2002) que refiere a “la capacidad de cambiar entre conjuntos de respuestas, aprender de los errores, idear estrategias alternativas, dividir la atención y procesar múltiples fuentes de información al mismo tiempo” (p. 74). Esta flexibilidad permite al ser humano relacionar variedad de respuestas a una misma situación, difiriendo del desarrollo del aprendizaje de las computadoras (Dehaene, 2019). La flexibilidad cognitiva es uno de los procesos cognitivos asociados con la función ejecutiva, junto con la anticipación, la selección de objetivos, la planificación, la autorregulación, la atención, el control inhibitorio y la actualización de la memoria de trabajo (Anderson, 2002; Clements y Sarama, 2019). A su vez, está directamente relacionada con la plasticidad cerebral enunciada en apartados previos.

A mayor atención, mejora la memoria y progresa el aprendizaje del niño con DI (Fernández, et al., 2010). Por las características del juego estructurado matemáticamente, se favorecen los procesos de entrenamiento de las funciones ejecutivas como la atención y la anticipación. Por lo tanto, se confirma que es un dispositivo didáctico fundamental en el diseño de ambientes que brinden oportunidades de aprendizaje que incluyan a todos, desde la caracterización de las condiciones de diversidad cognitiva.

En un experimento preliminar de laboratorio se hace uso del juego en línea La escalera y se describen varias relaciones que constituyen las expectativas del laboratorio a desarrollar en la investigación y los posibles datos que se pueden constituir.

Figura 6. Interfaz del juego.

Fuente: <http://juegosmaticos.online/>

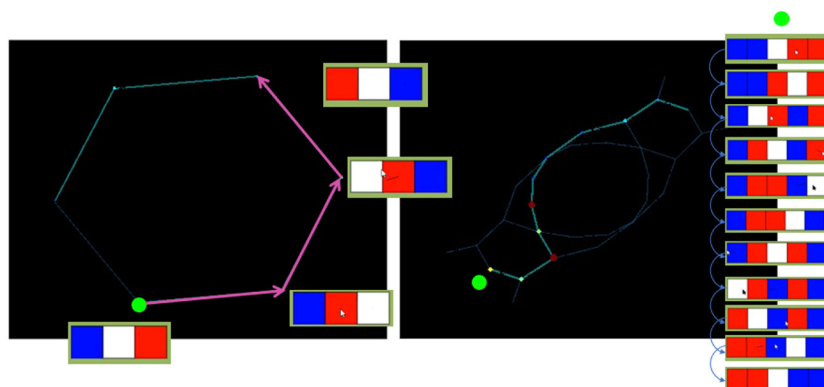
Como punto de partida, se toma el juego en línea (ver Figura 6), que permite la vinculación del software de análisis del juego con el software de la diadema Electroencefalógrafo Neurosky Mindwave Mobile II (ver Figura 7), el cual registra datos del nivel de atención del usuario durante el desarrollo de una actividad.

Figura 7. Electroencefalógrafo Neurosky Mindwave Mobile II.

Fuente: Morshad, et al. (2020).

El jugador que participó en el laboratorio fue un estudiante de la Licenciatura en Educación Matemática de la Universidad Distrital, mayor de edad, que firmó permisos sobre el uso de datos del experimento. Se realizó la toma de datos por niveles, en los que se puede trabajar con el juego con una sola ficha por cada color, e ir aumentando progresivamente la cantidad de fichas. Los movimientos de las fichas describen los cambios de estado en el grafo y describen la trayectoria de juego desarrollada, la cual evalúa de forma diferenciada los procesos de cada jugador. En la Figura 8 se registran las soluciones que el jugador realizó para una y dos piezas por color.

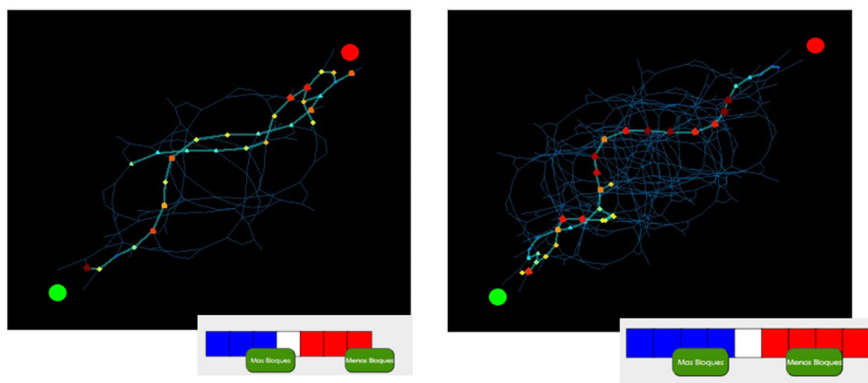
Figura 8. Juego para 1 y 2 fichas por color. Seguimiento del paso a paso y de la atención.



Fuente: Elaboración propia.

Se observa en la parte izquierda de la Figura 8 que el jugador logra resolver el juego en tres cambios de estado; el punto de partida en los grafos es donde se ha ubicado el círculo verde. En la parte izquierda, el jugador resolvió el juego en más pasos respecto a la cantidad óptima para resolverlo. En el grafo se evidencia como el recorrido inicia por la derecha y luego se desvía hacia la izquierda, lo que ilustra los pasos que se adicionaron al proceso del jugador. El grafo de la derecha muestra un componente adicional, y es el color que resalta algunos vértices. Este color representa la incorporación del dato sobre los niveles de atención, el cual en rojo refleja una atención muy alta, y en azul claro un nivel de atención mínimo. Nótese que los puntos rojos están ubicados en los vértices en los que el jugador se desvió en el juego y cuando estaba encontrando la ruta para retomar la solución.

Figura 9. Juego para 3 y 4 fichas por color. Seguimiento de la atención.



Fuente: Elaboración propia.

Se evidencia que el juego manifiesta mayores puntos de presencia de atención a medida que aumenta su nivel de complejidad; por otro lado, si se detallan las rutas tomadas en los grafos se pueden encontrar mejoras en las estrategias de los jugadores. En la parte izquierda de la Figura 9 se observa un grafo de un juego desarrollado con 3 fichas de cada color, en el

que se evidencia mayor atención iniciando y finalizando el juego. Por otro lado, en la parte derecha de la misma figura, se presenta un grafo para un juego con 4 piezas de cada color. Esta diferencia implica mayor dificultad del juego y se visualizan vértices rojos en casi todo el juego, por lo que se conservó una atención muy alta. Lo anterior se asocia con el nivel de concentración respecto al objetivo del juego y la motivación durante su solución.

Figura 10. Atención, expresión, patrón.



Fuente: Elaboración propia.

Es posible considerar que, ante la presencia de un juego en línea, puede ser más complejo manifestar aspectos cognitivos, semióticos y afectivos en el proceso de solución, por tratarse de una interacción social poco visible. Sin embargo, la relación entre lo afectivo y lo cognitivo (Semetsky, 2014) se refleja cuando Diego, durante su progresión de aprendizaje, empieza a crear inferencias, reglas y formas de desarrollar el juego. Asimismo, acompaña estas expresiones con gestos de alegría y satisfacción asociada a sus logros. Durante dicho progreso cognitivo el jugador asocia aspectos semióticos, ya que continuamente organiza y reorganiza la información en su mente, lo cual favorece la plasticidad cerebral y transforma y evoluciona los interpretantes que desarrolla con base en los procesos de comunicación con el juego. Es decir, el jugador está transformando sus hábitos y reflexionando con mayor profundidad sobre las implicaciones de los movimientos a ejecutar.

Cuando Diego expresa verbalmente lo que realizará en el juego, realiza unos movimientos corporales asociados, en los cuales se sustenta también la conexión cuerpo-mente del proceso de aprendizaje. Así, al encontrar patrones en la solución del juego, se presentan puntualmente las siguientes reacciones (ver Figura 10): gestos de sorpresa, al encontrar algo se presenta la expresión “¡ahhhh!”, el gesto serio de concentración observable en la parte superior derecha, y los movimientos que involucran las manos, que desplaza para indicar el acto de correr o saltar.

Con la revisión presentada y la descripción del experimento como evidencia de la interacción entre metodologías de tomas de datos, se considera que al recoger datos en tiempo real de las conexiones neuronales que hace la persona en el desarrollo de una actividad, se puede encontrar información pertinente para la educación que permita comprender los procesos de aprendizaje desde características biológicas, como el funcionamiento del cerebro cuando aprende. El desafío de la investigación es explorar esta herramienta que brinda información

tanto cualitativa como cuantitativa de las ondas cerebrales, con el fin de establecer relaciones con la didáctica en la eliminación de barreras en el aprendizaje de las matemáticas.

6. METODOLOGÍA

El proceso metodológico de la revisión de literatura presentada parte de establecer antecedentes que permitan la identificación de problemas, dificultades, ausencias y necesidades en la investigación en educación matemática. Estas se vinculan con el campo cognitivo en el acceso a los objetos matemáticos, con el campo semiótico en los registros de representación y los juegos de interpretación, con lo afectivo en aspectos vinculantes a la actividad matemática, y con lo neuronal en relaciones de patrones de la actividad cerebral con la actividad matemática. Las fuentes primarias son identificadas en manuales de educación matemática, semiótica, psicología y relaciones entre la discapacidad intelectual, las dificultades de aprendizaje de matemáticas y el campo educativo; se identifican autores predominantes en discursos que aportan teóricamente al estudio y se buscan libros y artículos referenciados como una fuente secundaria. Adicionalmente, de los textos citados en las fuentes secundarias se identifican fuentes terciarias que muestran el tejido de más de una categoría y se vinculan al discurso de fundamentación teórica presentado. Por otro lado, se tiene como antecedentes los hallazgos y la evolución de los juegos y tecnologías de análisis, desarrollados en el grupo de investigación GIIPLyM, que fundamentan teóricamente y aportan en la construcción de las bases de laboratorio bajo las cuales desarrollar la investigación.

7. IMPLICACIONES Y CONCLUSIONES

La revisión de literatura presentada articula cuatro grandes categorías: 1. Discapacidad Intelectual y Discalculia. 2. Aprendizaje de las Matemáticas desde la Perspectiva de la Cognición Humana. 3. El Juego como Dispositivo Didáctico en el Aprendizaje de Patrones Aritméticos. 4. Tecnologías para el Seguimiento de Trayectorias de Aprendizaje de Patrones Aritméticos. Desde estas categorías se realiza una propuesta de investigación interdisciplinaria basada en diseño, con un alcance exploratorio y centrada en hallazgos de laboratorio, que busca ampliar la comprensión frente a los procesos de aprendizaje de patrones aritméticos desde aspectos semióticos, cognitivos, afectivos y neuronales. Con el fin de contribuir desde el campo de la educación matemática en la eliminación de barreras de aprendizaje de las matemáticas escolares.

El juego de La escalera, al ser estructurado matemáticamente, se instala como un dispositivo didáctico para el desarrollo de trayectorias de aprendizaje de patrones aritméticos, a partir de la resolución del juego en el marco de la actividad matemática de resolución de problemas. El proceso de desarrollo de estas trayectorias implica una progresión en los niveles del pensamiento, estimula la concentración y potencia una serie de habilidades matemáticas esenciales, incluyendo las numéricas, espaciales y la construcción de patrones. Durante la experiencia del juego, los participantes se involucran en una reflexión profunda sobre cada estado del problema, buscando activamente heurísticas que les permitan realizar movimientos cada vez más conscientes y avanzar hacia la resolución exitosa del desafío planteado.

La diversidad cognitiva en el desarrollo del juego La escalera se presenta de forma natural en los procesos únicos desarrollados por cada jugador, los cambios de interpretantes, las formas de comunicar, de analizar y las formas de interactuar con los profesores. Al variar estos aspectos de jugador a jugador, se permite una valoración particular de los procesos de

cada persona, vinculados a una misma actividad. Desde la investigación planteada a partir de esta revisión, se propone abordar el desarrollo del juego con población infantil con diversidad cognitiva e indagar sobre las formas en que evolucionan sus trayectorias de aprendizaje de patrones aritméticos, dado que la articulación de estas tecnologías es relevante para dar seguimiento a la evolución del aprendizaje.

8. REFERENCIAS

- ACACIA (2015). Discapacidad: Guía de detección y trato de la discapacidad. Editora: Gutiérrez y Restrepo, E. <https://acacia.red/wp-content/uploads/2018/11/9-Discapacidad.pdf>
- Alonso, N. (2020). *Articulación de trayectorias hipotéticas de aprendizaje de la aritmética para población sorda en niveles iniciales*. [Tesis Maestría] Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. <http://hdl.handle.net/11349/22925>
- Anderson, P. (2002). Assessment and Development of Executive Function (EF) During Childhood. *Child Neuropsychology*, 8(2), 71-82. https://www.researchgate.net/publication/10855413_Assessment_and_Development_of_Executive_Function_EF_During_Childhood
- Asociación Americana de Psiquiatría. American Psychiatric Association - APA. (2014). Manual diagnóstico y estadístico de los trastornos mentales DSM-5 (5a. ed.). Madrid: Editorial Médica Panamericana.
- Bishop, J. (2000). Linear Geometric Number Patterns: Middle School Students' Strategies. *Mathematics Education Research Journal*, 12(2), 107-126. <https://doi.org/10.1007/BF03217079>
- Broitman, C. y Sancha, I. (2021). Diálogos ineludibles entre Didáctica de la Matemática y Educación Inclusiva. En Cobeñas, P., Grimaldi, V., Broitman, C., Sancha, I. y Escobar, M. (Eds). *La enseñanza de las matemáticas a alumnos con Discapacidad*. La Plata. Ed. EDULP.
- Bruner, J. (1983). *El habla del niño. Cognición y desarrollo humano*. Ediciones Paidós Ibérica S.A. Barcelona.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*. 46(1), 3-18. <https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x>
- Calderón, D. y León, O. (2015). Elementos para una didáctica del lenguaje y las matemáticas en estudiantes sordos de niveles iniciales. Serie Investigaciones No. 5. Ed. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Clements, D. y Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas a Temprana Edad: El Enfoque de las Trayectorias de Aprendizaje*. Traducido por: León O. y Otros. Learning Tools LLC.
- Clements, D. y Sarama, J. (2019). Executive Function and Early Mathematical Learning Difficulties. In Fritz, A., Gerald, V. & Räsänen, P. (Eds). *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties*. Springer International Publishing AG. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3>
- Corbalán, F. (1996). Estrategias utilizadas por los alumnos de secundaria en la resolución de juegos. *Revista SUMA*, 23, 21-32. <https://revistasuma.fespm.es/sites/revistasuma.fespm.es/IMG/pdf/23/021-032.pdf>
- Dehaene, S. (2019). *¿Cómo aprendemos? Los cuatro pilares con los que la educación puede potenciar los talentos de nuestro cerebro*. Ed. Siglo XXI. Serie Mayor: Ciencia que ladra. Argentina.
- Dewey, John. (1998). *Democracia y Educación. Una introducción a la filosofía de la educación*. Ediciones Morata. Madrid.
- De Guzmán, M. (1984). *Juegos matemáticos en la enseñanza*. [Actas de las IV jornadas sobre aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Santa Cruz de Tenerife]. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=7767>
- Duchasky, S. y Skliar, C. (2000). *La Diversidad bajo sospecha. Reflexiones sobre los discursos de la diversidad y sus implicancias educativas*. <https://pim.udelar.edu.uy/portal/wp-content/uploads/sites/14/2019/08/Ladiversidadbajosospecha.pdf>

- Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Ed). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas*. 61-94
- Edo, M., Deulofeu, J. y Badillo, E. (2014). Juego y matemáticas: Un taller para el desarrollo de estrategias en la escuela. [Taller Departamento de Didáctica de las Matemáticas y las Ciencias Experimentales] *Actas del XIII JAEM Congreso de Educación Matemática. Matemáticas para todos (1ª. Ed), 1-16*. Universidad Autónoma de Barcelona. https://www.academia.edu/3357544/Juego_y_matem%C3%A1ticas_Un_taller_para_el_desarrollo_de_estrategias_en_la_escuela
- Emerson, J., y Babbie, P. (2010). *The Dyscalculia Assessment*. Continuum International Publishing Group.
- Fernández, J., Cobacho, J., Berrueto, P. y Gosálvez, C. (2010). Definiciones, Modelos explicativos y Comorbilidad. En García, J., Pérez, J. y Berrueto, P. (Eds). *Discapacidad Intelectual. Desarrollo, Comunicación e Intervención*. Madrid. Ed. CEPE.
- Fritz, A., Haase, V. y Räsänen, P. (2019). Introduction. En Fritz, A., Gerald, V. & Räsänen, P. (Eds). *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties*. Springer International Publishing AG. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3>
- Geary, D., Hamson, C. & Hoard, M. (2000). Numerical and Arithmetical Cognition: A Longitudinal Study of Process and Concept Deficits in Children with Learning Disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77(3), 236–263. <https://doi.org/10.1006/jecp.2000.2561>
- Hargreaves, M., Shorrocks–Taylor, D. y Threlfall, J. (1998). Children's Strategies with Number Patterns. *Educational Studies*, 24(3), 315–331. <https://doi.org/10.1080/0305569980240305>
- Hornigold, J. (2015). *Dyscalculia. Tips, tools and techniques for supporting children whose mathematical ability is affected by dyscalculia*. Ed. Teachers' Pocketbook.
- Howard, S., San Martín, C., Salas, N., Blanco, P. & Díaz, C. (2018). Oportunidades de aprendizaje en matemáticas para estudiantes con discapacidad intelectual. *Revista Colombiana de Investigación*, 74. <http://www.scielo.org.co/pdf/rcde/n74/0120-3916-rcde-74-00197.pdf>
- Huizinga, J. (1980). *Homo Ludens. A study of the play-element in culture*. Routledge & Kegan Paul.
- Kaufmann, L., Lochy, A., Drexler, A. y Semenza, C. (2004). Deficient arithmetic fact retrieval - Storage or access problem? A case study. *Neuropsychologia*, 42(4). <https://doi.org/10.1016/j.neuropsychologia.2003.09.004>
- Martínez, E. (2019). *Juego y trayectorias de aprendizaje de la aritmética inicial en ambientes de aprendizaje que incluyen estudiantes en situación de discapacidad intelectual*. [Tesis Maestría] Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. <http://hdl.handle.net/11349/15638>
- Molina, M., Castro, E., Molina, J. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias*, 29(1), 75 – 88.
- Morshad, S., Mazumder, Md., y Ahmed, F. (2020). *Analysis of BrainWave Data Using Neurosky Mindwave Mobile*. [International Conference on Computing Advancements] (ICCA 2020). <https://dl.acm.org/doi/10.1145/3377049.3377053>
- ONU (2014). Convención sobre los derechos de las personas con discapacidad. Guía de formación No. 19.
- OMS (2001). *Clasificación Internacional del Funcionamiento, de la Discapacidad y de la Salud: CIF*. (WHO Library Cataloguing-in-Publication Data).
- Páez, J., Cobos, J., Aguirre, D., Molina, R., y Lievano, L. (2022). Learning analytics: Exploring the hypothetical learning trajectories through mathematical games. [International conference in methodologies and intelligent systems for technology enhanced learning] 156–165. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86618-1_16
- Palomá, N. (2018). *Una trayectoria real del juego la escalera vinculada a hipótesis que potencian el Aprendizaje de las funciones desde poblaciones Diversas*. [Tesis Maestría]. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia. <http://hdl.handle.net/11349/14304>

- Pinzón, N. (2021). *Exploración de relaciones entre las ondas electroencefalográficas (EEG) y la trayectoria de aprendizaje de patrones a través del juego la escalera*. [Tesis Maestría]. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia. <http://hdl.handle.net/11349/28377>
- Redolar, D. (2013). *Representación numérica*. En Neurociencia cognitiva (pp. 517-534). Editorial Médica Panamericana.
- Rodríguez, G. (2018). *El juego la escalera como dispositivo para la formulación de patrones aritméticos*. [Tesis Maestría]. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia. <http://hdl.handle.net/11349/14310>
- Saenz-Ludlow, A. (2007). Signs and the process of interpretation: sign as an object and as a process. *Studies in Philosophy and Education*, 26, 205-233. Springer. <https://www.academia.edu/24006690>
- Saenz-Ludlow, A. (2016). Juegos de interpretación en el aula: construcción evolutiva de significados matemáticos. En Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Ed). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas*, 157-191
- Shalev, R. (2004). Developmental Dyscalculia. *Journal of Child Neurology*, 19(10), 765-771. <https://doi.org/10.1177/08830738040190100601>
- Semetsky, I. (2014). Taking the Edusemiotical Turn: A Body~mind Approach to Education. *Journal of Philosophy of Education* 48(3), 490-506. <https://doi.org/10.1111/1467-9752.12082>
- Steen, A. (1988). The Science of Patterns. *Science*, 240, 611-616. <https://doi.org/10.1126/science.240.4852.611>
- UNESCO (2016). Educación 2030. *Declaración de Incheon y Marco de Acción, para el objetivo de desarrollo sostenible 4*. Hacia una educación inclusiva, equitativa y de calidad y un aprendizaje a lo largo de la vida para todos.

