

Aprendizaje de la Geometría mediante la virtualización¹

Hugo Barrantes Campos

Resumen

Se exponen diferentes aspectos relacionados con el aprendizaje de la Geometría en el nivel pre universitario mediante el uso de cursos virtuales. Nos basamos en la experiencia realizada por el Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica dirigida especialmente a estudiantes que están culminando sus estudios en la Enseñanza Media. Tal experiencia se llevó a cabo entre setiembre y diciembre de 2016 y se utilizó para ello la plataforma EdX. Se describe el tipo de habilidades geométricas que el estudiante puede desarrollar y la mediación pedagógica utilizada para tal efecto.

Palabras clave

Geometría, enseñanza media, virtualización, MOOCs, Costa Rica.

Abstract²

Different aspects related to the learning of Geometry at the pre-university level through the use of virtual courses will be presented. The experience of the Mathematics Education Reform Project in Costa Rica, aimed especially at students who are finishing their studies in secondary education, is the basis. This experience was carried out between September and December 2016 and using the EdX platform. The types of geometric skills that the student can develop and the pedagogical mediation used for this purpose will be described.

Keywords

Geometry, secondary school teaching, virtualization, MOOCs, Costa Rica.

1. Introducción

El sistema educativo costarricense cuenta con un nivel de Educación Preescolar y luego cuatro ciclos educativos: I Ciclo, II Ciclo, III Ciclo y Ciclo Diversificado. Los ciclos I, II y III constan de tres años cada uno y conforman lo que se llama Educación General Básica, el Ciclo Diversificado tiene dos años en su modalidad académica y tres años en su modalidad técnica. Los ciclos I y II (6 años en total) constituyen la Enseñanza Primaria y los ciclos III y Diversificado corresponden a la Enseñanza Media. Al final de la Enseñanza Media los estudiantes presentan pruebas nacionales finales para obtener el Bachillerato, que es requisito para ingresar a la educación superior (MEP, 2013).

H. Barrantes
Universidad de Costa Rica, Costa Rica
habarran@gmail.com

¹ Este trabajo corresponde a la conferencia paralela dictada por el autor en el II CEMACYC, celebrado en Cali, Colombia, del 29 de octubre al 1 de noviembre de 2017.

² El resumen y las palabras clave en inglés fueron agregados por los editores.

Recibido por los editores el 2 de febrero de 2018 y aceptado el 22 de marzo de 2018.

Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 2018. Año 13. Número 17. pp 213-220. Costa Rica

En el año 2012 fueron aprobados en Costa Rica nuevos planes de estudio en Matemáticas para toda la enseñanza primaria y media. Estos entraron en vigencia a partir 2013, no de manera plena sino mediante una transición que permitió introducirlos de forma gradual. De tal manera, fue en el año 2016 que por primera vez fueron elaboradas las pruebas nacionales de acuerdo con los lineamientos y la malla curricular que establecen estos programas.

Estos planes de estudio establecen que los conocimientos matemáticos son la base de los programas; sin embargo, se pretende el desarrollo de mayores capacidades las cuales se asumen como centrales. El programa denomina como habilidades específicas aquellas capacidades de corto plazo asociadas a las áreas matemáticas. Las habilidades generales son la generalización de las específicas a lo largo de un ciclo educativo. Finalmente, como una perspectiva general, se considera la competencia matemática. (MEP, 2012)

Por otra parte, estos programas establecen la resolución de problemas como estrategia metodológica. Se privilegia la contextualización activa como medio para que el estudiante adquiera los conocimientos y habilidades que establece el programa.

2. La Geometría en el nuevo currículo

Con los nuevos programas, el papel de la geometría en el currículum sufre un gran cambio, tanto en el enfoque como en sus contenidos. Estos cambios obedecieron a una modernización del currículum en esa área y, más importante, a una visión del papel de la geometría más acorde con lo que los mismos programas proponen como supuestos del papel de la matemática en el currículum escolar. Al respecto, los programas enuncian:

Se considera la Geometría como organizadora de los fenómenos del espacio y la forma, y en particular se ven los objetos geométricos como patrones o modelos de muchos fenómenos de lo real. Es decir, no se privilegia una aproximación a la Geometría basada en el estudio de objetos ideales y abstractos, sino más bien una que asuma la relación geométrica con los entornos espaciales. Esto busca fortalecer una mayor visualización en la Geometría: establecer contactos estrechos entre representaciones visuales y las formas geométricas. Se apela de esta forma a la construcción de los aprendizajes geométricos en fases crecientes que van desde lo intuitivo, manipulable, pictórico y visual hacia las representaciones más generales y abstractas. Se refuerza la necesidad de ascender por medio de distintos niveles en los aprendizajes geométricos. (MEP, 2012, p. 52).

De este modo, se pretende una mayor presencia del “sentido espacial”, entendido este como la identificación, visualización y manipulación de las formas en el espacio. Por otra parte, se introduce la geometría de coordenadas y analítica de manera gradual, adecuada a los distintos niveles cognitivos. Además, se estudia la simetría axial y se introducen transformaciones en el plano (traslaciones y rotaciones). La introducción de estos tópicos permite establecer conexiones entre la Geometría y el Álgebra. Aunque estas ideas están presentes a lo largo de la malla curricular en todos los ciclos, dadas las diferencias de los estudiantes en cada nivel educativo, el programa enfatiza algunos de los aspectos en los diversos ciclos.

3. Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

El proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica* se creó en 2012 con el propósito de liderar la implementación del nuevo currículo de Matemáticas que fue aprobado ese mismo año para la enseñanza primaria y media costarricense. Actualmente el proyecto es financiado por la Asociación Empresarial para el Desarrollo y tiene el apoyo de la Fundación para la Cooperación Costa Rica Estados Unidos (CRUSA), así como una contrapartida en servicios operativos de parte del Ministerio de Educación Pública.

Desde su creación, el Proyecto ha diseñado y ejecutado múltiples acciones, especialmente dirigidas a la capacitación docente. Sin embargo, dado que en el año 2016 se realizarían las pruebas de bachillerato de Matemáticas, por primera vez, según el currículo vigente desde 2012, se optó también por brindar un apoyo más directo a los estudiantes que presentarían dichas pruebas.

4. Massive Open Online Courses (MOOCs)

Dicho apoyo se materializó mediante dos MOOCs con contenidos de Matemáticas correspondientes al Ciclo Diversificado:

- Preparación Geometría Bachillerato (PCB)
- Preparación Matemáticas Bachillerato (PMB)

De acuerdo con Ramírez-Vega (2014), “el término MOOC hace referencia al acrónimo de Massive Open Online Courses, el cual consiste en cursos gratuitos especializados en línea, dirigidos a un público masivo e impartidos por expertos en diversas áreas del conocimiento, principalmente orientados a educación superior” (p. 371). Por otra parte, se integran en un MOOC las redes sociales, expertos reconocidos en el campo correspondiente, así como una serie de recursos en línea de libre acceso. Participan en él cientos o miles de estudiantes, no requiere de pago de cuotas de inscripción, no se solicitan requisitos previos ni proporciona un modelo formal de acreditación (Ramírez-Vega, 2014).

Los *Massive Open Online Courses* (MOOCs), se han desarrollado en otros lugares para la educación superior, son una forma dinámica y eficiente, la cual por medio de videos y otros objetos didácticos permite provocar la interacción y brindar capacitación. El Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica ha desarrollado una amplia experiencia con los MOOCs, mediante cursos virtuales dirigidos particularmente a docentes de enseñanza primaria y a profesores de Matemáticas de enseñanza media.

Los diversos componentes y materiales del curso fueron puestos a disposición de los participantes mediante la plataforma edX. Esta es una plataforma muy versátil y sencilla de utilizar, tanto para la edición como para el usuario final del curso.

5. MOOC: Preparación Geometría Bachillerato (PGB)

Este MOOC fue puesto en la plataforma EdX, y fue abierto a los participantes desde el 1 de setiembre al 15 de diciembre de 2016. Tenía como público meta a los estudiantes del ciclo diversificado de la Enseñanza Media costarricense, en particular a los estudiantes de undécimo año, quienes debían presentar las pruebas de bachillerato. Sin embargo, no había restricciones de ingreso por lo que fue seguido por docentes y otro tipo de estudiantes tanto de Costa Rica como del extranjero (MEP, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica, 2017a).

5.1. Contenidos y habilidades a desarrollar

En el MOOC Preparación Geometría Bachillerato se propone movilizar conocimientos y habilidades de Geometría correspondientes al Ciclo Diversificado, en concordancia con lo que se evaluará en la prueba nacional de bachillerato. Aborda una serie de habilidades específicas relacionadas con:

1. La representación gráfica y algebraica de circunferencias.
2. La posición relativa de puntos y rectas con respecto a una circunferencia-
3. Diversos conceptos relativos a polígonos tales como apotema y el radio de polígonos regulares, cálculo de perímetros y áreas de polígonos regulares y no regulares.
4. La estimación de perímetros y áreas.
5. El uso de un sistema de coordenadas rectangulares en el estudio de los polígonos.
6. El reconocimiento y aplicación de conceptos relacionados con transformaciones en el plano: traslación, homotecia, reflexión.
7. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de un cono circular recto o de una esfera y características métricas de ellas.

5.2. Mediación pedagógica

La mediación pedagógica se realiza en concordancia con la metodología que proponen los programas. De tal modo, el material se estructura mediante cuatro módulos de acuerdo con la temática tratada:

- Circunferencias y rectas.
- Áreas y perímetros de polígonos.
- Transformaciones en el plano.
- Visualización espacial.

Cada uno de estos módulos contiene dos actividades. Cada una de las actividades consiste de dos videos; cada video propone un problema inicial que permite el desarrollo

de una o más habilidades relacionadas con el tema del módulo. Se espera que el participante primero intente resolver el problema. A continuación se brinda la solución del problema de una manera detallada y se introducen conceptos y resultados relacionados con las habilidades que corresponden a los contenidos que aborda la solución del problema.

Una de las ventajas que ofrece este medio, particularmente para el caso de geometría, es el dinamismo que se puede imprimir al video de tal forma que algunos conceptos pueden ser visualizados apropiadamente y captados de mejor manera. Esto favorece el aprendizaje de ciertos conceptos.

Cada actividad contiene una autoevaluación que es completada en línea. Una vez que se envía la respuesta de cada ítem, el participante puede verificar si su respuesta es correcta y puede solicitar al sistema la respuesta correcta y el desarrollo de la solución.

También en cada módulo se ofrece una sección bajo el nombre “Más allá de bachillerato”, la cual proporciona material adicional que amplía el tema.

Hay al final un examen que comprende lo tratado en todas las actividades. Las prácticas y el examen tienen asignado un puntaje y la plataforma permite a cada participante seguir su progreso.

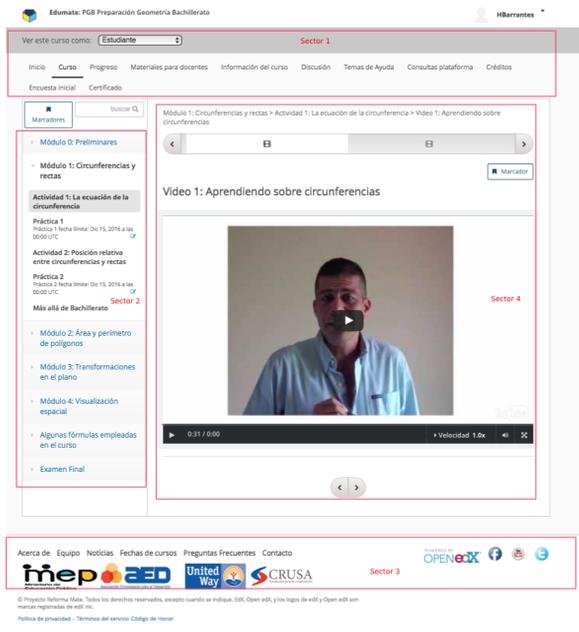


Figura 1: Estructura del MOOC en la plataforma.



Figura 2: El facilitador, en el video, introduce el tema que se va a tratar.

5.3. Estructura del MOOC en la plataforma

Los elementos mencionados y otros tales como foro de consulta, progreso, etc., están accesibles para el participante en la pantalla principal del MOOC en la forma en que se muestra en la figura 1.

5.4. MOOC: Preparación Matemáticas Bachillerato (PMB)

Este MOOC fue puesto a disposición de los participantes desde el 1 de octubre al 15 de diciembre de 2016. Lo mismo que PGB, tenía como público meta a los estudiantes del ciclo diversificado de la Enseñanza Media costarricense, pero no hubo restricciones en cuanto a las características de los posibles participantes. (MEP, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica, 2017b).

Este constaba de tres módulos: Relaciones y Álgebra, Estadística y Probabilidad, Geometría. El módulo de Geometría tiene cuatro secciones que tratan algunas de las habilidades y contenidos que aparecen también en PGB. Cada sección propone en primer lugar un problema y luego proporciona un video en el cual se resuelve el problema y se explican algunos elementos del tema correspondiente. A diferencia de las explicaciones en PGB, en este caso estas están más enfocadas en la solución del problema por lo que se dedica menos espacio a cuestiones adicionales. Sin embargo, se hace de forma bastante detallada.

5.5. Un ejemplo

La actividad 1 del módulo 4, del curso PGB, sobre visualización espacial se denomina *Galletas con cubierta de chocolate*. El facilitador introduce el tema mencionando que se trata de visualizar propiedades de las figuras en el espacio tridimensional. La figura 2 es una captura de pantalla de esta parte del video.

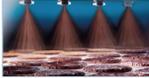
A continuación se propone un problema relacionado con conos (figura 3). Este problema refiere a contextos reales según lo que propone el plan de estudios:

El enfoque principal de este currículo es la resolución de problemas en contextos reales. La manera más conveniente de promover la implementación del mismo es colocar en

el currículo como ejes disciplinares el resolver problemas, hacerlo en contextos reales y además darle a estas acciones el mayor relieve (MEP, 2012, p. 36).

Video 1: Galletas con cubierta de chocolate

La Repostería Liliana adquirió aspersores que forman aproximadamente un cono circular recto cuando lanzan chocolate hacia su objetivo, como se ve en la imagen:



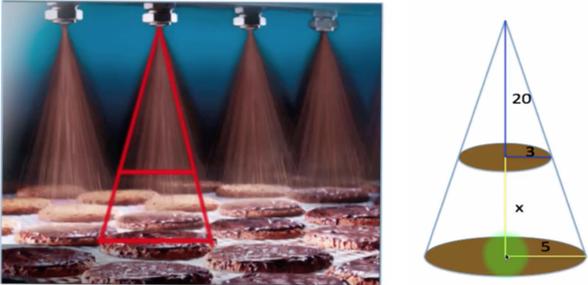
La repostería quiere cubrir galletas circulares de 3 cm y 5 cm de radio. El jefe pastelero informa a un ayudante nuevo que para cubrir de chocolate una galleta circular de radio 3 cm, se requiere colocar los aspersores a 20 cm de altura sobre cada galleta.

Pero el jefe debe salir a atender unos clientes y le deja la tarea a su ayudante. Este debe ajustar los aspersores para cubrir las galletas que tienen un radio de 5 cm.

¿A qué altura le recomendaría usted al asistente que debe colocar los aspersores?

Figura 3: Enunciado del problema.

El proceso de resolución brinda explicaciones detalladas, dinamismo y señalamientos especiales a detalles, conexiones, etc. En el caso de la Geometría esto reviste especial interés porque potencia la visualización de conceptos y propiedades relevantes. La siguiente figura presenta una secuencia de imágenes tomadas del desarrollo de la resolución del problema.



$$\frac{20}{3} = \frac{20 + x}{5}$$

$$100 = 3(20 + x)$$

$$100 = 60 + 3x$$

$$40 = 3x$$

$$\frac{40}{3} = x$$

$13,3 = x$

La solución de esta ecuación es $x = 13,3$. Por lo tanto, se debe recomendar colocar los aspersores a una altura de 33,3 cm.

Figura 4: Secuencia de imágenes del proceso de resolución del problema.

6. Conclusión

Estos cursos virtuales tiene varias ventajas entre las que destacan su interactividad, la posibilidad de hacerlos siguiendo su propio ritmo y en el momento y lugar que se desee.

Algunos elementos que hacen que este curso sea atractivo son, entre otros, su dinamismo, calidad audio visual, el tiempo que emplea cada video es apropiado para seguirlo sin causar agotamiento, la selección de los temas y su mediación pedagógica.

En el caso particular de Geometría, el uso de software que permite construcciones geométricas puede verse potenciado a través de los videos, mediante explicaciones verbales y escritas que acompañen el proceso constructivo. De este modo, diversas formas de representación pueden ser puestas en juego de manera que coadyuven en la construcción del conocimiento.

Para el año 2017, ambos MOOCs han sido puestos en distintos momentos a disposición de estudiantes, profesores y público en general. Se ha ideado un nuevo formato que se ha denominado Mini MOOC, el cual es un MOOC más corto que trata un tema específico y es auto contenido. Con esto se pretende que el interesado en un tema en particular haga el Mini MOOC sin necesidad de hacer los demás temas que constituirían el MOOC más grande. En este proceso los videos, ítems y demás elementos se han mejorado y se ha agregado material al conjunto. Estos Mini MOOCs están agrupados en colecciones con características similares en cuanto a nivel educativo y público meta principal.

Referencias y bibliografía

- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2012). *Programas de estudio de Matemáticas*. San José: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2013). Sitio web oficial. <http://www.mep.go.cr/CSE/informacion.aspx>
- Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2017a). *Informe técnico sobre Elaboración del curso virtual: Preparación Geometría Bachillerato*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2017b). *Informe técnico sobre Elaboración del curso virtual: Preparación Matemáticas Bachillerato*. San José, Costa Rica: autor.
- Ramírez-Vega, A. (2014). MOOCs para capacitación docente en Matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 12, 369 – 382.