

# REFLEXIONES SOBRE LA EVALUACIÓN DEL LOGRO DE HABILIDADES DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA COSTARRICENSE

José D. Vargas Gamboa<sup>1‡</sup>.

<sup>1</sup>Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica, 11501-2060 San José Costa Rica

<sup>‡</sup>Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica, 11501-2060 San José Costa Rica

Recibido: 22/Jun/2017; Aceptado: 17/Oct/2018

## Abstract

One of the challenges to implementing a new program of studies is how to carry out the evaluation of learning. The purpose of this article is to disseminate a proposal designed in the framework of a Final Work of Graduation, which allows the evaluation of the achievement of skills in Statistics and Probability in eighth year of secondary education. Firstly, the inquiry was conducted theoretically to enable us to lay a basis for the proposal, then interviews and observations of class were conducted, to finally design criteria and indicators for the evaluation.

## Resumen

Uno de los retos al implementar un nuevo programa de estudios es cómo llevar a cabo la evaluación de los aprendizajes. El propósito de este artículo es divulgar una propuesta diseñada en el marco de un Trabajo Final de Graduación, que permite realizar la evaluación del logro de habilidades en Estadística y Probabilidad en octavo año de educación secundaria. Primeramente, se realizó una indagación teórica que permitió sentar una base para la propuesta, luego se realizaron entrevistas y observaciones de clase, para finalmente diseñar criterios e indicadores para la evaluación.

**Key words:** evaluation of learning; mathematical skills; problem solving; criteria and indicators; statistics and probability.

**Palabras clave:** evaluación de los aprendizajes; habilidades matemáticas; resolución de problemas; criterios e indicadores; estadística y probabilidad.

## I. INTRODUCCIÓN

Con la aprobación de un nuevo programa de estudios de matemática en el año 2012, y su aplicación a partir del 2013, y entendiendo todos los cambios metodológicos que esto implica para los docentes, se observa la necesidad de llevar a la reflexión los aspectos relacionados con la evaluación de los aprendizajes. Es en este contexto donde se lleva a cabo una investigación realizada en el marco de un Seminario de Graduación para optar por el grado de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática, de la cual el autor de este artículo fue participante, junto a cuatro investigadores más.

La investigación mencionada, que se titula “Evaluación del logro de habilidades en el área de Estadística y Probabilidad de octavo año de la educación secundaria en Costa Rica” (Duarte, Guillén, Ramírez, Ureña y Vargas, 2015), tuvo como objetivo indagar cómo se estaba llevando a cabo la evaluación de los aprendizajes en secundaria en el área de Estadística y Probabilidad, para luego poder generar una propuesta que venga a solventar las necesidades observadas, a través de la implementación de una serie de criterios e indicadores, para evaluar el nivel de logro de las habilidades matemáticas en el área de estudio.

Este artículo constituye una síntesis de dicha investigación y ahonda en una serie de reflexiones posteriores al mencionado trabajo. No es la pretensión de este artículo el ser exhaustivo en el desarrollo de los temas; el lector interesado en profundizar en ellos, puede referirse a la Memoria del Seminario mencionado (Duarte et al., 2015).

---

<sup>‡</sup>Autor para correspondencia: [jose.vargas\\_g@ucr.ac.cr](mailto:jose.vargas_g@ucr.ac.cr)

## II. CONSIDERACIONES TEORICAS

Para el desarrollo de la investigación, se consideró pertinente separar el tema principal en tres grandes “pilares”, que le dan sustento. No se dejó de lado el hecho de que estos pilares tienen relación entre sí, la cual será descrita y estudiada más adelante. Estos pilares son: Habilidades matemáticas, Resolución de problemas y Evaluación de los aprendizajes.

### Habilidades matemáticas

Se entiende como habilidad matemática a una capacidad de efectuar alguna tarea matemática o enfrentarse con éxito a una situación que involucre el uso de la matemática (Williner, 2011). Estas habilidades matemáticas deben estar ligadas a un conocimiento, pues debe existir un objetivo por el cual sea necesario saber hacer lo que la habilidad describe.

Es necesario tener claro que las habilidades son diferentes a los objetivos, ya que las primeras no hacen referencia a algo que el estudiante ha cumplido o no, más bien es lo que se espera que el estudiante logre en algún nivel, el cual puede ir perfeccionando (Ministerio de Educación Pública, 2012).

### Resolución de problemas

**Problema matemático y resolución de problemas como estrategia metodológica.** En el ámbito educativo, un problema matemático hace referencia a una situación contextualizada a la cual el estudiante se enfrenta sin tener todas las herramientas necesarias para su resolución, pero si posee otras herramientas que eventualmente le permitirán resolverlo. Esto implica que no debe ser una situación previamente estudiada, pero tampoco una de extrema dificultad.

En los Programas de Estudio de Matemáticas del 2012 se explica que el problema debe generar que el estudiante utilice conceptos o técnicas matemáticas, con el fin de que piense sobre nuevos conceptos matemáticos, se enfrente a nuevos problemas y que estos conceptos estén relacionados con el contexto. Además, mencionan que la funcionalidad de los problemas matemáticos en clase debe estar orientada en dos sentidos: aprender a plantear y resolver problemas y aprender contenidos matemáticos por medio de dichos problemas (MEP, 2012).

**Procesos matemáticos.** Al entender las habilidades matemáticas como capacidades que se pueden mejorar, se hace indispensable considerar los procesos matemáticos. Estos son las actividades cognitivas que se utilizan en las áreas de la matemática, y tienen relación con la comprensión y aplicación del conocimiento matemático [3]. El MEP (2012) plantea en sus Programas de Estudio, el uso de los siguientes procesos: razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, comunicar, conectar y representar.

**Organización de las lecciones.** En los Programas de Estudio de Matemática, se explica una forma en la que el docente puede organizar sus lecciones por medio de dos etapas: el aprendizaje de nuevo conocimiento y la movilización o aplicación de este. La primera etapa se divide en los siguientes cuatro momentos: propuesta de un problema, trabajo estudiantil independiente, discusión interactiva y comunicativa y cierre o clausura (MEP, 2012).

**Algunas estrategias para la resolución de problemas.** Para que se pueda evaluar al estudiante mientras resuelve un problema, es conveniente saber algunas estrategias que este podría utilizar, como las que explican Polya (1989) y Escudero (1999):

- Buscar un problema similar que se resuelva de forma más sencilla.
- Trabajar con casos particulares para experimentar.
- Realizar alguna representación gráfica o utilizar otra notación más apropiada.
- Suponer que la solución del problema es falsa, para luego llegar a una contradicción.
- Suponer que el problema tiene solución y luego dedicarse a encontrarla.

**Niveles de dificultad de los problemas matemáticos.** El MEP (2012) clasifica los problemas según su dificultad en problemas de reproducción, conexión y reflexión, todos ellos deben ser utilizados en clase por el docente, pues conducen al desarrollo de distintas habilidades del estudiante.

### Evaluación de los aprendizajes

Álvarez (2005), describe la evaluación como un proceso continuo y holístico, que debe ser desarrollado a lo largo de todo el proceso educativo, no como acciones aisladas. Esta misma idea es contemplada en los Programas de Estudio de Matemática, pues en el Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes vigente, es considerada como un proceso que debe tomar en cuenta aspectos cuantitativos y

cualitativos como evidencia para dar un juicio de valor sobre el aprendizaje del estudiante a fin de que mejore (MEP, 2009).

Además, las funciones de la evaluación no deben limitarse a un aspecto de exclusión; por el contrario, conviene recordar tres características esenciales de la evaluación: obtener información, formular juicios de valor y tomar decisiones (Castillo y Cabrerizo, 2003). Esto lleva indudablemente a cumplir con las tres funciones principales de la evaluación: orientar, reglamentar y certificar el aprendizaje, así como al cumplimiento de otras funciones secundarias, como lo son: desarrollar la autoconfianza y la autonomía, integrar el conocimiento y obtener información de los diferentes actores (Roegiers, 2007). Con el fin que las funciones de la evaluación se cumplan a cabalidad, debe darse una correcta etapa de comunicación, así como informar a todos los participantes del proceso (Vanegas y Giménez, 2011).

El tipo de evaluación que se usó en la investigación es el criterial. Este hace referencia al uso de criterios de logro preestablecidos como punto de comparación para evaluar el logro del aprendizaje, como lo describen Castillo y Cabrerizo (2003) (la clasificación de los tipos de evaluación utilizada en la investigación se puede encontrar en esta referencia). Estos mismos autores resaltan que no es igual evaluar que medir, ya que la medición es necesaria para realizar una evaluación, pero no suficiente. Definen medición como las acciones llevadas a cabo para obtener información cuantitativa, que expresan un resultado como calificación, para lo cual es requerido el uso de escalas y criterios.

**Criterios e indicadores para la evaluación de los aprendizajes.** Los criterios son cualidades que se toman en cuenta al revisar alguna producción realizada por el estudiante. Se debe hacer la distinción: no se hace referencia al tipo de criterios que marcan el nivel de dominio, sino a los estándares que deben ser respetados. Unos criterios de este tipo pueden ser aplicados a varios contenidos, pues tiene un carácter general (Roegiers, 2007).

Roegiers (2007) manifiesta que se debe buscar la eficiencia en el uso de criterios, para ello se recomienda utilizar tres o cuatro criterios mínimos, y si se requiere, uno o dos de perfeccionamiento; estos buscan que el estudiante realice una producción de excelencia, teniendo en cuenta cada detalle en su realización. Para llevarlos a la práctica, cada criterio debe ser desglosado en indicadores, los cuales son índices que deben ser fácilmente observables. Ellos marcan la pauta de lo que se espera de la tarea que se le está pidiendo al estudiante.

Un aspecto importante en la puesta en práctica de la evaluación criterial, es que las actividades de evaluación deben ser similares a las actividades de aprendizaje (Homero y Gómez, 2009). Específicamente, en el área de Estadística y Probabilidad, estas actividades deben enfocarse en que el estudiante use los conceptos para interpretar las situaciones en el contexto.

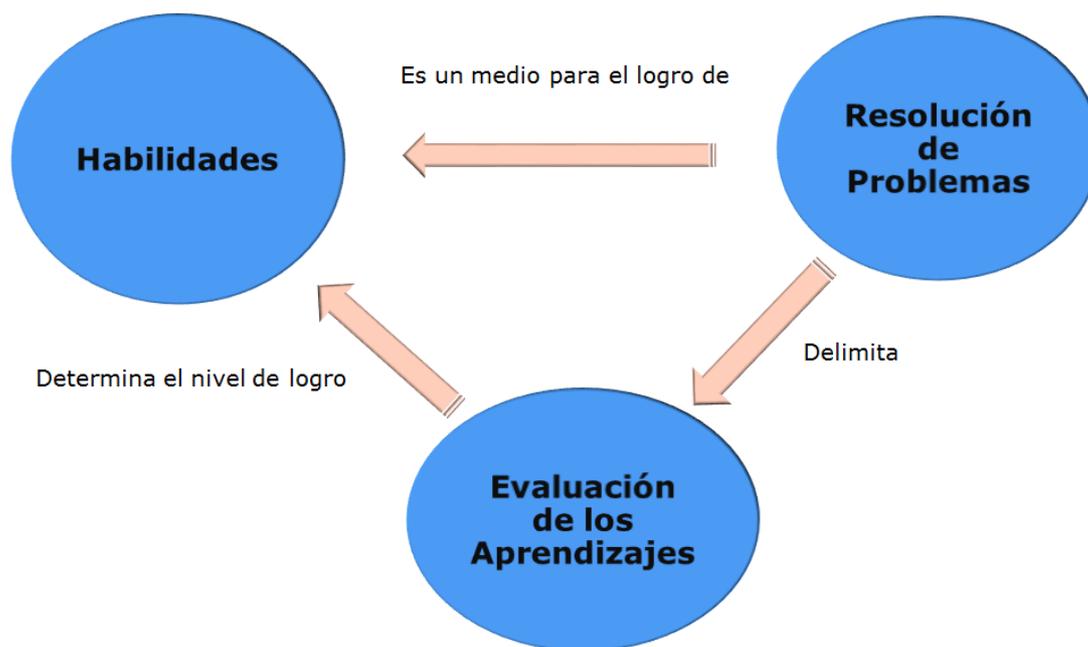
### III. METODOLOGIA

#### Enfoque de la investigación

La investigación se realizó bajo un enfoque cualitativo, pues se buscaba la comprensión a profundidad de un fenómeno educativo, así como también se quería realizar una transformación de las prácticas evaluativas, por medio de una propuesta teórica para evaluar los aprendizajes. Además, al estar inmersa en un contexto educativo, interesa la información que se pueda recolectar de los diversos actores, así como de los reglamentos y programas vigentes (Sandín, 2003).

#### Método de investigación

Según los métodos de investigación cualitativa explicados por Martínez (2011), la investigación realizada se enmarcó en el método hermenéutico-dialéctico, por estar diseñado para describir, comprender y explicar sistemas dinámicos en un contexto social. El círculo hermenéutico lo conforman los tres pilares de la investigación: las habilidades (que se logran a través de la resolución de problemas), la resolución de problemas (que delimita la evaluación, por ser la estrategia metodológica) y la evaluación (que determina el nivel de logro de las habilidades). Esto se puede observar en la Figura 1.



**Figura 1.** Extraída de Duarte et al. (2015).

### **Técnicas de recolección de información**

Las técnicas de recolección de información que se utilizaron en la investigación son: entrevista a profundidad y la observación. La primera fue realizada a un experto en evaluación de los aprendizajes en matemática, a un experto en estadística y probabilidad y a un docente de secundaria; previo consentimiento informado.

En cuanto a la observación, fue de tipo participativa, con un método de registro de información abierto, previo consentimiento del docente y director de la institución.

### **Fuentes**

Las fuentes de información tomadas en cuenta para la investigación son las siguientes (nos abstenemos de incluir nombres y cualquier otro dato de las fuentes de información con el fin de mantener la confidencialidad):

- Recursos bibliográficos.
- Los Programas de Estudio de Matemática vigentes para educación primaria y secundaria costarricense.
- Docente de matemática que labora en secundaria.
- Grupo de estudiantes de secundaria.
- Experto en evaluación de los aprendizajes en matemática.
- Experto en estadística y probabilidad.

### **Etapas**

El trabajo de investigación fue llevado a cabo por medio de etapas, las cuales se describen a continuación.

**Indagación teórica.** Para dar sustento a cada pilar.

**Observaciones.** En una institución pública, diurna, de secundaria, en el periodo que tardó el docente en completar el desarrollo de una habilidad matemática, aproximadamente dos semanas y media. El objetivo de las observaciones era definir el contexto y estudiar cómo se estaba llevando a cabo la evaluación de los aprendizajes. Las observaciones fueron realizadas en un grupo de secundaria, del mismo docente que fue

entrevistado, el cual el cual impartía octavo y ya había evaluado las habilidades de Estadística y Probabilidad.

**Entrevistas.** El objetivo fue comprender a profundidad los cambios producidos por el uso del nuevo Programa (experto en estadística y probabilidad), la postura oficial del Ministerio de Educación Pública con respecto a la evaluación de los aprendizajes (experto en evaluación de los aprendizajes) y profundizar en aspectos no evidentes en las observaciones (docente).

**Transcripción de la información obtenida en entrevistas y observaciones.** El objetivo de esta etapa era organizar la información para su análisis.

**Diseño de criterios e indicadores.** Con base en el criterio profesional de los investigadores y literatura relacionada con evaluación.

### **Análisis de la información**

Para analizar la información se usó el método de triangulación, ya que permite comparar y contrastar datos obtenidos de diferentes fuentes o con diferentes instrumentos; esto permite comprender a mayor profundidad el fenómeno y aumenta la validez de los resultados. Preliminarmente, se establecieron las siguientes categorías teóricas, las cuales pueden ser modificadas después de recolectar la información:

- Propósito de la estadística y la probabilidad.
- Bases teóricas del docente en el área de estadística y probabilidad.
- Estrategia metodológica de resolución de problemas.
- Instrumentos para la evaluación de los aprendizajes.
- Proceso de evaluación de los aprendizajes.
- Funcionalidad de la evaluación de los aprendizajes.
- Medición del aprendizaje.
- Tipos de evaluación.
- Uso de criterios e indicadores para la evaluación de los aprendizajes.
- Estrategias de evaluación.

### **Delimitaciones y limitaciones**

- Por limitaciones en el tiempo estipulado para realizar la investigación, no se abarcaron todas las habilidades del plan de estudios ni todos los niveles de secundaria.
- No se encontró bibliografía para basarse en experiencias previas en evaluación de estadística y probabilidad, por lo que la investigación realizada es pionera en esta área.
- En el año en que se realizaron las observaciones, no se abarcó el área de Estadística y Probabilidad, por lo que las observaciones realizadas tuvieron que ser hechas en el desarrollo de otras habilidades.

### **Proyecciones**

Se espera que la propuesta diseñada sea de ayuda a docentes de secundaria para evaluar el logro de habilidades en Estadística y Probabilidad, en los diferentes componentes de la evaluación (trabajo cotidiano, trabajo extra clase y pruebas), por medio de diferentes instrumentos que el docente puede elaborar. Además, se espera que sirva de ejemplo para el diseño de más criterios e indicadores para la evaluación de habilidades en otras áreas del Programa.

## **IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

En esta sección se presenta un resumen de los principales resultados obtenidos en la investigación con base en las entrevistas y observaciones. Para un análisis más detallado, se recomienda consultar el trabajo de investigación completo [1]. Las categorías que se utilizaron para el análisis de los resultados se resumen en el Cuadro 1.

**Cuadro 1.** Categorías de análisis.

<i>Pilares</i>	<i>Categoría de análisis</i>
<b>Habilidades en Estadística y Probabilidad</b>	Propósito de la Enseñanza de Estadística y Probabilidad. Comprensión de la habilidad matemática. Diferencia entre habilidad y objetivo. Bases teóricas del docente en el área de estadística y probabilidad. Conceptualización de la habilidad matemática.
<b>Resolución de problemas</b>	Papel del docente en la mediación pedagógica. Actividades matemáticas propuestas al estudiante. Caracterización de un problema matemático. Organización de la lección por parte del docente. Estrategias para resolver problemas. Nivel de dificultad de los problemas. Desarrollo de los procesos matemáticos. Estrategia metodológica de resolución de problemas.
<b>Evaluación de los Aprendizaje</b>	Instrumentos para la evaluación de los aprendizajes. Proceso de evaluación de los aprendizajes. Funcionalidad de la evaluación de los aprendizajes. Medición del aprendizaje. Tipos de evaluación. Uso de criterios e indicadores para la evaluación de los aprendizajes. Estrategias de evaluación.
<b>Combinación de los tres pilares</b>	Capacitaciones brindadas por el MEP. Limitaciones que acontecen en la práctica educativa. Consideraciones para llevar a cabo la evaluación de los aprendizajes. Cambio en la evaluación de los aprendizajes

Nota: Adaptado de Duarte et al. (2015).

### **Principales resultados en el pilar “Habilidades en Estadística y Probabilidad”**

- Existe una dificultad por parte de los estudiantes para percibir la aplicación de la matemática en su realidad.
- Aunque los objetivos y las habilidades están sumamente relacionados, existen diferencias entre ellos, y por lo tanto en la metodología empleada para lograrlos o desarrollarlos.
- Es necesaria la integración de habilidades, especialmente en el área de Estadística y Probabilidad, sin embargo, existe una carencia en el dominio de los conceptos de dicha área por parte de los docentes, lo que dificulta su enseñanza.

### **Principales resultados en el pilar “Resolución de problemas”**

- La estrategia de resolución de problemas más frecuente que se observó fue la de imitación; el estudiante imita al docente.
- Existe la problemática de que muchos docentes no siguen la organización de las lecciones propuesta en los Programas, sino que se sigue usando la misma metodología que con los programas anteriores (esto se evidencia en las observaciones).
- Ante la problemática de falta de tiempo para desarrollar cada habilidad, expertos sugieren el uso de integración de habilidades.
- Existe cierta dificultad para los docentes en encontrar problemas para ciertos temas. Además, los problemas utilizados en clase no presentaron variedad en los niveles de dificultad. Al mismo

tiempo, el reglamento de evaluación de los aprendizajes vigente presenta ciertas limitaciones al plantear problemas de reflexión.

### **Principales resultados en el pilar “Evaluación de los aprendizajes”**

- Lo más conveniente para realizar la evaluación de habilidades es utilizar la evaluación procesual, no sólo la final. Sin embargo, existen limitantes en la práctica y en el reglamento para realizar este tipo de evaluación.
- Es necesario dejar de entender la evaluación como un castigo y empezar a utilizarla en su función de orientar el aprendizaje.
- Es indispensable una amplia formación en evaluación para poder adaptarla a diferentes contextos de aprendizaje.
- El uso del proyecto es una alternativa adecuada para la evaluación de las habilidades, pues son una plataforma que permite el estudiante utilizar las habilidades que va desarrollando.
- Una de las mejores maneras de evaluar los aprendizajes es por medio de experimentación, o al menos que los estudiantes tengan un papel más activo en el proceso que sólo limitarse a resolver un ejercicio.
- Es importante un instrumento adecuado para registrar la información obtenida en el proceso de evaluación, por ejemplo, una bitácora por cada grupo.
- Los criterios e indicadores son indispensables al evaluar habilidades, aunque el tiempo que requiere su aplicación es una limitante. El estudiante debe tener conocimiento de los criterios e indicadores que se usarán.

### **Principales resultados con relación a los tres pilares**

- Existe una tendencia a creer que la evaluación es “el problema”, sin embargo, muchas veces hay más obstáculos en definir bien la mediación pedagógica y la relación de ésta con las habilidades y la evaluación.
- Las capacitaciones brindadas por el Ministerio de Educación Pública (al momento del estudio) no responden a cómo elaborar problemas, sino que son capacitaciones con respecto a la teoría.
- Hay problemas de falta de tiempo por pérdida de clases debido a actividades no académicas. Además, los grupos de estudiantes son demasiado grandes para que los maneje un solo docente.
- Hay diferentes posturas en cuanto a la evaluación: algunos expertos opinan que cambian las técnicas que se deben usar, otros opinan que no deben modificarse pues sólo ha variado la metodología y las habilidades.

## **V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

### **Conclusiones**

- Con el cambio de programas de estudio, se evidencia la preocupación de los docentes con respecto a cómo evaluar los aprendizajes con la nueva metodología, y manifiestan que existen deficiencias en este aspecto de su formación profesional, además que no se les ha brindado capacitación en este sentido (en el momento que se realizó la investigación).
- Los programas de Estudio de Matemáticas del 2012 no explicitan pautas para realizar la evaluación de los aprendizajes
- Con el fin de evaluar los aprendizajes, es necesario establecer criterios e indicadores, que sean fácilmente observables y permitan determinar el nivel de logro.
- Es necesario que el docente tenga claro lo que implica el dominio de una habilidad matemática, para que pueda diseñar los criterios e indicadores respectivos que le permitan valorar su nivel de logro. Además, deben tener claro que la evaluación se desarrolla a lo largo de todo el proceso de aprendizaje, no sólo al final.
- Existe una saturación de actividades y una gran cantidad de estudiantes asignados a un único profesor, lo que dificulta llevar a cabo el proceso de evaluación en forma continua.

- Algunos docentes tienen carencias en su formación en los temas de estadística y de probabilidad, lo cual es una limitación al llevarlos a su clase.
- La implementación de proyectos y experimentación, son adecuadas para evaluar los aprendizajes en Estadística y Probabilidad.
- Es responsabilidad del docente generar problemas que le permitan a los estudiantes desarrollar las habilidades esperadas.
- En las observaciones no se evidencian los momentos de la clase propuestos por el MEP, pues no se realiza el trabajo independiente.
- Para implementar un programa de estudios que busca el desarrollo de habilidades, es necesario un cambio metodológico y evaluativo.

### Recomendaciones

- Es necesario abrir espacios de reflexión en cuanto a las estrategias de evaluación y para el estudio de la evaluación criterial y el diseño de criterios e indicadores.
- El uso de los criterios e indicadores desarrollados en la *Propuesta para la evaluación del logro de habilidades en el área de Estadística y Probabilidad de octavo año de la educación secundaria en Costa Rica* (es parte del trabajo de investigación completo [1]), puede ayudar a solventar la necesidad de evaluar el logro de habilidades en el área de Estadística y Probabilidad.

## VI. PROPUESTA

### Instrumentalización de la propuesta

Para la instrumentación de la propuesta, se diseñó una serie de criterios e indicadores y se colocaron en una tabla que permite registrar el proceso de desarrollo de las habilidades. Existen algunas consideraciones para una buena aplicación de la propuesta:

- Los criterios deben ser de previo conocimiento del estudiante.
- Esta propuesta es principalmente para la evaluación procesual, aunque no está exento su uso en otro momento.
- La finalidad es principalmente formativa y en segunda instancia sumativa.
- La propuesta puede ser aplicada como heteroevaluación o como autoevaluación.
- El tipo de evaluación desarrollado es el criterial, ya que se compara el logro de habilidades con criterios preestablecidos.
- El papel del docente es de facilitador y debe tratar de despertar el interés en los estudiantes, así como mostrarles la aplicación de los temas.
- Además de lo presentado en la propuesta, el docente debe diseñar los instrumentos de evaluación que considere adecuados para evaluar el logro de las habilidades.
- Se debe tomar en cuenta la capacidad cognitiva, emocional y social del estudiante.
- El estudiante debe ser participante activo del proceso de evaluación.
- Los resultados de la evaluación deben servir para reorientar las estrategias utilizadas con el fin de solventar las carencias que tenga el estudiante en una habilidad, con el fin de aumentar su nivel de logro.

En el Cuadro 2 se presenta la tabla con los criterios e indicadores para cada habilidad del área de Estadística y en el Cuadro 3 la del área de Probabilidad de octavo año. En las habilidades de probabilidad se utilizó la integración de habilidades, puesto que, si se desarrollaban los criterios e indicadores para cada habilidad por separado, entonces la cantidad obtenida no sería pertinente; esto debido al grado de especificidad de cada habilidad.

Cada habilidad se desglosa en criterios, que a su vez se subdividen en indicadores (índices observables). Además, hay un espacio para indicar una valoración de 1, 2 o 3, según el logro de la parte que cada indicador describa. También se deja un espacio para retroalimentación, donde el docente puede colocar comentarios específicos según considere. Lo anterior para una observación, sin embargo se sugiere realizar tres para cada habilidad.

**Cuadro 2.** Criterios en indicadores para evaluar el nivel de logro de las habilidades matemáticas en el área de Estadística.

Estadística, 8° año			Observación 1			
Habilidades específicas	Criterios	Indicadores	Valoración <sup>a</sup>			Retroalimentación
			1	2	3	
1. Recolectar datos del entorno por medio de experimentación o interrogación.	C.1.1 Pertinencia de la técnica.	1. Identifica la(s) variable(s) en el problema. 2. Selecciona la técnica correcta para recopilar los datos.				
	C.1.2 Funcionalidad del instrumento	1. Elabora un instrumento que posee lo necesario para recolectar la información, según las necesidades.				
		2. Utiliza un formato (hace referencia a forma y estructura para registrar) que le permite registrar la información)				
C.1.3 Precisión de los datos	1. Respeta la población de estudio. 2. Registra la información que recolecta.					
2. Utilizar representaciones tabulares o gráficas con frecuencias absolutas o porcentuales, simples o comparativas.	C.2.1 Obtención correcta de resultados	1. Considera la información correcta para calcular las frecuencias.				
		2. Identifica el tipo de frecuencia que debe determinar, según sus necesidades.				
		3. Aplica el algoritmo correcto para el cálculo de frecuencia absoluta.				
		4. Exactitud de la frecuencia absoluta.				
		5. Aplica el algoritmo correcto para el cálculo de frecuencia relativa.				
		6. Exactitud de la frecuencia relativa.				
	C.2.2 Respeto del procedimiento de tabulación de información.	1. Identifica la información que debe ser tabulada.				
		2. Identifica el tipo de tabulación que debe utilizar (simple o comparativa).				
		3. Cumple con los requerimientos técnicos en la elaboración de tablas estadísticas.				
		4. Distribuye correctamente la información en la fila matriz y columna matriz.				
		5. Completa correctamente el cuerpo de la tabla.				
	C.2.3 Representación gráfica de datos	1. Identifica la información que debe considerar para la elaboración del gráfico estadístico.				
2. Identifica el tipo de gráfico que debe utilizar para representar la información.						
3. Cumple con los requerimientos técnicos en la elaboración de gráficos estadísticos						
C.2.4 Extracción coherente de resultados	1. Identifica lo que se le solicita en la tabla.					
	2. Interpreta la información extraída de la tabla.					
	3. Identifica lo que se le solicita en el gráfico.					
	4. Interpreta la información extraída del gráfico.					
3. Utilizar un software especializado o una hoja de cálculo para favorecer la construcción de cuadros y gráficos.	C.3.1 Adecuación de software	1. Reconoce la funcionalidad del software seleccionado para el estudio estadístico.				
		2. Reconoce la funcionalidad de las herramientas que posee el software.				
	C.3.2 Uso de las herramientas del software	1. Elige las herramientas que facilitan la construcción de tablas digitales.				
		2. Elige las herramientas que facilitan la construcción de gráficos digitales.				
		3. Introduce los datos en el software de acuerdo al lenguaje correspondiente.				
		4. Utiliza correctamente las herramientas del software.				

**Cuadro 2.** Criterios en indicadores para evaluar el nivel de logro de las habilidades matemáticas en el área de Estadística. *Continuación.*

4. Caracterizar un grupo de datos utilizando medidas estadísticas de resumen: moda, media aritmética, máximo, mínimo y recorrido.	C.4.1 Obtención correcta de resultados	1. Identifica la medida estadística de resumen que se adapta a las necesidades.			
		2. Identifica la información que debe usar para el cálculo de la medida de resumen.			
		3. Dispone adecuadamente la información que debe usar en el cálculo de las medidas de resumen.			
		4. Aplica el algoritmo o procedimiento correcto para el cálculo de la moda.			
		5. Aplica el algoritmo o procedimiento correcto para el cálculo de la media aritmética.			
		6. Exactitud de la media aritmética.			
		7. Aplica el algoritmo o procedimiento correcto para el cálculo de máximo, mínimo y recorrido.			
	C.4.2 Coherencia de la respuesta	1. Interpreta la moda.			
		2. Concluye resultados a partir de la moda.			
		3. Interpreta la media aritmética.			
		4. Concluye resultados a partir de la media aritmética.			
		5. Interpreta el máximo, mínimo y recorrido.			
		6. Concluye resultados a partir de máximo, mínimo y recorrido.			

Notas: Extraída de Duarte et al. (2015).

<sup>a</sup> Los números significan: 1; no lo logró (presentó dificultades significativas). 2; lo logró medianamente (lo logró con algunas dificultades). 3; Lo logró.

**Cuadro 3.** Criterios en indicadores para evaluar el nivel de logro de las habilidades matemáticas en el área de Probabilidad.

Probabilidad, 8° Año			Observación 1			
Integración de habilidades específicas	Criterios	Indicadores	Valoración <sup>a</sup>			Retroalimentación
			1	2	3	
1. Identificar la presencia del azar en situaciones aleatorias. 2. Identificar diferencias entre situaciones aleatorias y deterministas.	C.1. Reconocimiento de conceptos.	1. Caracteriza el concepto de “azar” en una situación dada.				
		2. Caracteriza el concepto de situación aleatoria.				
		3. Caracteriza el concepto de situación determinista.				
	C.2. Obtención correcta de resultados	1. Distingue el azar en una situación dada.				
		2. Distingue una situación aleatoria de una determinista.				

**Cuadro 3.** Criterios en indicadores para evaluar el nivel de logro de las habilidades matemáticas en el área de Probabilidad. *Continuación.*

3. Identificar el espacio muestral y sus puntos muestrales como resultados simples en una situación o experimento aleatorio y representarlos por medio de la numeración de sus elementos o de diagramas.	C.3.1. Reconocimiento de conceptos.	1. Caracteriza el concepto de puntos muestrales en una situación dada.				
		2. Caracteriza el concepto de espacio muestral en una situación dada.				
	C.3.2. Obtención correcta de resultados	1. Distingue puntos muestrales en una situación probabilística.				
		2. Exactitud de los puntos muestrales.				
		3. Exactitud del espacio muestral.				
	C.3.3. Representación adecuada de la información	1. Aplica métodos para presentar los puntos muestrales (diagrama de árbol, numeración, otros).				
2. Utiliza la simbología correcta para denotar los puntos muestrales.						
3. Utiliza la simbología correcta para denotar el espacio muestral.						
4. Determinar eventos y sus resultados a favor dentro de una situación aleatoria.	C.4. Reconocimiento de conceptos.	1. Caracteriza evento simple y evento compuesto en una situación dada.				
5. Clasificar eventos en simples o compuestos.		2. Caracteriza el concepto de evento seguro, evento probable y evento imposible en una situación aleatoria.				
6. Identificar eventos seguros, probables e imposibles en una situación aleatoria determinada.	C.5. Clasificación correcta de la información	1. Determina el número de eventos a favor en una situación aleatoria.				
		2. Distingue eventos simples y eventos compuestos en una situación aleatoria dada.				
		3. Distingue eventos seguros, eventos probables, y eventos imposibles en una situación aleatoria dada.				

**Cuadro 3.** Criterios en indicadores para evaluar el nivel de logro de las habilidades matemáticas en el área de Probabilidad. *Continuación.*

7. Diferenciar entre eventos más probables, menos probables e igualmente probables, de acuerdo con los puntos muestrales a favor de cada evento.	C.6. Reconocimiento de conceptos.	1. Caracteriza el concepto de evento más probable, menos probable e igualmente probable. 2. Identifica eventos más probables, menos probables e igualmente probables en la situación aleatoria en donde se presentan.				
	C.7. Obtención correcta de resultados.	1. Determina la razón entre cada evento posible y la cardinalidad del espacio muestral. 2. Interpreta la probabilidad de un evento como la razón entre cada evento posible y la cardinalidad del espacio muestral.				
8. Determinar la probabilidad de un evento como la razón entre el número de resultados favorables entre el número total de resultados.	C.8. Reconocimiento histórico.	1. Indaga acerca del inicio histórico del uso de la probabilidad.				
9. Valorar la importancia de la historia en el desarrollo de la teoría de probabilidad.		2. Recopila los hechos más destacados en el desarrollo de la teoría de las probabilidades.				

**Cuadro 3.** Criterios en indicadores para evaluar el nivel de logro de las habilidades matemáticas en el área de Probabilidad. *Continuación.*

10. Deducir las propiedades de las probabilidades que están vinculadas con valores que puede tomar la probabilidad para evento seguro, probable e imposible.	C.9. Generalización correcta de propiedades	1. Diferencia entre un evento seguro, probable e imposible, en una situación probabilística dada.			
		2. Determina el o los posibles valores que puede tomar la probabilidad de que ocurra un evento seguro, probable e imposible, en una situación probabilística dada.			
		3. Formaliza en términos matemáticos, la norma para calcular un evento seguro, probable e imposible y los valores que pueden tomar.			
	C.10. Formulación de problemas.	1. Reconoce fenómenos aleatorios en el contexto, que puede dar origen a problemas probabilísticos.			
		2. Identifica los elementos que dan sentido a un problema probabilístico.			
	11. Plantear y resolver problemas vinculados con el cálculo de probabilidades con fenómenos aleatorios.	C.11. Obtención correcta de resultados	1. Identifica la información que presenta el problema.		
2. Utiliza los procedimientos correctos para resolver el problema.					
3. Exactitud de la solución del problema.					
12. Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en problemas vinculados con fenómenos aleatorios.	C.12. Coherencia en la respuesta	1. Interpreta resultados obtenidos para la toma de decisiones.			
		2. Concluye resultados para la toma de decisiones.			

Notas: Extraída de Duarte et al. (2015).

<sup>a</sup> Los números significan: 1; no lo logró (presentó dificultades significativas). 2; lo logró medianamente (lo logró con algunas dificultades). 3; Lo logró.

**Cómo utilizar el instrumento para valorar el nivel de logro.** El instrumento se diseñó de esta manera para que el docente tenga la posibilidad de ponderar cada habilidad, según el énfasis que le dio en las lecciones. Además, dentro de cada habilidad, también puede ponderar el peso de cada criterio, dependiendo que qué tan preponderante fué alguna de esas cualidades en el desarrollo de la habilidad.

Adicionalmente, el docente puede ponderar el peso que tuvo el área de estadística y el área de probabilidad dentro del total de áreas que trabajó en un trimestre. Estas ponderaciones son con base en criterio profesional del docente, la cantidad de tiempo dedicado y a relevancia de los temas dentro del Programa de Estudios.

Un ejemplo de la utilización de la tabla con las ponderaciones, haciendo uso de una hoja de cálculo, puede ser encontrado en el trabajo de investigación completo (Duarte et al., 2015). En este, se describe cómo organizar la hoja de cálculo para que el proceso sea lo más automático posible, ahorrando tiempo en la aplicación en el aula.

### Un acercamiento a la aplicación de la propuesta

En esa sección se presentan dos ejemplos o situaciones, uno de estadística y otro de probabilidad, que podrían servir como actividades de evaluación, en las que se puede aplicar la propuesta. A continuación, se muestra la situación de estadística, extraída de la investigación completa (Duarte et al., 2015).

### **Situación 1: Deserción escolar**

*El profesor de matemática de octavo año del Colegio Nocturno La Libertad, presenta a sus estudiantes, de ese nivel, la siguiente actividad, para su ejecución en un plazo de 20 lecciones:*

*En el presente curso lectivo, se ha detectado una preocupante deserción estudiantil en los cinco niveles de nuestro colegio: 78 en total. Esto genera alarma en el ámbito administrativo y docente, ya que las razones se desconocen a profundidad y es urgente tomar decisiones preventivas y de apoyo. Se ha logrado una coordinación con el departamento de Informática Educativa para que se reciba todo el apoyo tecnológico para que los estudiantes de octavo año puedan desarrollar en la lección de computación un proyecto de matemática, en donde se implementen algunas herramientas que puedan facilitar el manejo de datos estadísticos. Además, el departamento de Orientación está muy interesado en conocer detalles con respecto a los motivos que dieron origen a cada una de las deserciones. Es por esto que se comprometen a colaborar en todo lo que sea necesario para indagar al respecto, con el apoyo técnico y humano que puedan brindar los estudiantes de octavo año.*

*El proyecto consiste en lo siguiente:*

1. Organizar cada una de las secciones, de la 8-1 a la 8-6, en subgrupos de máximo cuatro integrantes cada uno.
2. Construir utilizando la técnica de Interrogación, un instrumento que aplicado a cada uno de los estudiantes que en este curso lectivo desertaron, permita recolectar las razones por las cuales abandonaron el colegio. Una vez construido el instrumento,
  - a. Identifique en este:
    - i. Población de estudio.
    - ii. Muestra.
    - iii. Unidad estadística.
    - iv. Variables de estudio.
    - v. Los Datos estadísticos.
  - b. Presente el primer avance a su profesor de matemática, detallando aspectos importantes como:
    - i. Portada.
    - ii. Objetivos.
    - iii. Cronograma.
    - iv. Metodología.
3. Una vez que el cuestionario haya sido revisado por el docente:
  - a. Proceda a hacer las correcciones respectivas, si es que existen.
  - b. Elabore un nuevo avance con las correcciones implementadas.
  - c. Exponga al resto del grupo en el momento dispuesto para tal efecto, el avance logrado.
  - d. Contribuir en conjunto a integrar todos los aportes de cada uno de los subgrupos, para definir un instrumento único.
4. En este punto, el docente coordina con las otras secciones para disponer en la próxima lección de un instrumento único para ser entregado al Orientador y que pueda ejecutarlo.
5. Mientras el orientador reúne los datos que se solicitan en el instrumento, se puede seguir con otros problemas o situaciones propias del Programa de Estudios respectivo.
6. Una vez devuelta la información por parte del Orientador, se solicita a cada uno de los subgrupos establecidos, que sistematicen la información, elaboren representaciones gráficas que presente los datos reportados en forma versátil y accesible. Para esto puede utilizar algún software, que facilite el manejo y obtención de:
  - a. Bases de datos.
  - b. Frecuencias absolutas.
  - c. Frecuencias relativas.
  - d. Tablas de datos
  - e. Gráficas.
  - f. Medidas de tendencia central:
    - i. Moda.
    - ii. Media aritmética.
    - iii. Máximo.

- iv. *Mínimo.*
  - v. *Recorrido.*
7. *Establezca las principales conclusiones acerca de las razones por las cuales se dio la deserción en los estudiantes del Colegio Nocturno La Libertad, durante el curso lectivo 2015.*

Los grupos de estudiantes deben construir el instrumento de recolección de datos, orientados por el docente, identificar la muestra, población y variables, entre otros. Esta parte del proceso corresponde a la habilidad 1 de estadística (ver Cuadro 2).

El docente debe coordinar con el Departamento de Orientación para que apliquen el instrumento y así recolectar a información (esto por efectos de privacidad de la información).

En la siguiente etapa, los estudiantes deben sistematizar la información; pueden aparecer elementos como: total de entrevistados, sexo de los entrevistados, edad, lugar de procedencia y motivo de deserción, entre otros. Luego, se debe proceder al cálculo de frecuencias, para poder hacer una representación tabular o con gráficos. En esta etapa es evaluada la habilidad 2 de estadística (ver Cuadro 2).

La etapa siguiente es caracterizar los datos por medio de las medidas de tendencia central, para lo cual se utilizan los criterios correspondientes a la habilidad 4 de estadística (ver Cuadro 2). Por último, se realiza un análisis de estos resultados, se dan posibles explicaciones y soluciones a la problemática de la deserción.

La situación correspondiente a probabilidad se muestra a continuación.

### **Situación 2: Dados dos dados**

*Cansadas de tirar solo un dado para ganar según salga par o impar, Lucía y Enid idearon un juego de dados que consiste en lo siguiente: por turno, cada una lanza en forma simultánea dos dados comunes y calculan la diferencia de puntos entre el mayor y el menor, si resulta una diferencia de 0, 1 o 2, entonces Lucía gana una ficha, pero si resulta 3, 4, o 5, Enid gana una ficha.*

*Comienzan con un total de 20 fichas cada una, y el juego termina cuando se terminen las fichas de algún participante.*

*Se plantea lo siguiente:*

- *Si usted va a participar, ¿con cuál opción preferiría ingresar al juego si desea ganar más fichas?, ¿por qué?*
- *Describa las posibles situaciones que se pueden presentar en el desarrollo del juego.*

*A partir de lo anterior:*

1. *Elabore un diagrama de árbol donde se presenten los puntos muestrales de los eventos.*
2. *Determine lo siguiente:*
  - a. *Si esta es una situación aleatoria o determinista.*
  - b. *Los puntos muestrales.*
  - c. *El espacio muestral.*
  - d. *Tipo de evento (simple o compuesto).*
  - e. *Un evento imposible.*

*Determine la probabilidad que tiene cada uno de los eventos en ocurrir.*

Para esta situación, primero los estudiantes deben darse cuenta de la aleatoriedad presente en el contexto, lo cual involucra el uso de las habilidades 1 y 2 de probabilidad (ver Cuadro 3). También es necesario que el docente oriente a su grupo a identificar el espacio muestral y puntos muestrales; habilidad 3 de probabilidad (ver Cuadro 3).

Con base en lo anterior, el alumno debe empezar a trabajar con los eventos y sus resultados a favor, en el sentido de las habilidades 4, 5 y 6 de probabilidad (ver Cuadro 3).

Finalmente, el estudiante llega, con orientación del docente, a determinar la probabilidad de un evento, lo cual involucra las habilidades 7 y 8 de probabilidad (ver Cuadro 3), para luego dar una interpretación a los resultados.

## VII. REFLEXIONES FINALES

El proceso de evaluación de los aprendizajes involucra gran cantidad de aspectos; desde las habilidades que se pretende lograr, hasta la metodología empleada para ello. Por lo que es necesario mayor investigación al respecto, sobre todo con la implementación de los nuevos planes de estudio, pues esto genera espacios para la reflexión de las prácticas educativas y se va generando conciencia de que, en primer lugar, es posible mejorar las estrategias de evaluación, y en segundo lugar, sabiendo que se puede mejorar, empezar a buscar maneras para hacerlo.

En la investigación realizada queda pendiente, para futuros trabajos, llevar la propuesta a la aplicación en el aula, para estudiar su funcionamiento en la práctica. Esto con el fin de evaluar qué aspectos se pueden ajustar para que pase de ser una solución teórica al problema, a ser una solución práctica del mismo.

## VIII. REFERENCIAS

- Álvarez, J. (2005). *Evaluar para conocer, examinar para excluir*. España: Ediciones Morata, S.L.
- Castillo, S. y Cabrerizo, J. (2003). *Evaluación educativa y promoción escolar*. Madrid, España: Editorial Pearson Educación.
- Duarte, L., Guillén, A., Ramírez, K., Ureña, J. y Vargas, J. (2015). *Evaluación del logro de habilidades en el área de Estadística y Probabilidad de octavo año de la educación secundaria en Costa Rica*, (Memoria de Seminario de Graduación para optar por el grado de Licenciatura). Universidad de Costa Rica: Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, 2015.
- Escudero, J. (1999). *Resolución de problemas matemáticos*. España: Centro de profesores y recursos. Recuperado de <http://platea.pntic.mec.es/jescuder/BLOG-1/Resolucion%20de%20problemas%20matematicos.pdf>
- Homero, A. y Gómez A. (2009) Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula, *Educación Matemática*, 21(2), 117-142. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40516672005.pdf>
- Martínez, M. (2011). *Comportamiento humano: nuevos métodos de investigación*. México: Trillas.
- Ministerio de Educación Pública. (2009). *Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes*. Costa Rica: MEP.
- Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de Estudio de Matemáticas*. Costa Rica: MEP.
- Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México D.F.: Editorial Trillas, S.A de C.V
- Roegiers, X. (2007) *Pedagogía de la integración. Competencias e integración de los conocimientos en la enseñanza*. Costa Rica: Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana.
- Sandín, M.P. (2003). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*. Madrid, España: McGraw-Hill.
- Vanegas, Y. y Giménez, J. (2011). Aprender a evaluar como regulación y análisis de la actividad matemática. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (57), 84-92. Recuperado de [http://www.academia.edu/3129098/Aprender\\_a\\_evaluar\\_como\\_regulacion\\_y\\_analisis\\_de\\_la\\_actividad\\_matematica](http://www.academia.edu/3129098/Aprender_a_evaluar_como_regulacion_y_analisis_de_la_actividad_matematica)
- Williner, B. (2011). Estudio de habilidades matemáticas cuando se realizan actividades usando software específico. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 27, 115-129. Recuperado de [http://www.fisem.org/www/union/revistas/2011/27/union\\_027\\_012.pdf](http://www.fisem.org/www/union/revistas/2011/27/union_027_012.pdf)

## AGRADECIMIENTO

Agradezco profundamente a mis compañeros de investigación: Dayan Duarte, Andrea Guillén, Keibel Ramírez y Jason Ureña, por el trabajo realizado y por darme su apoyo y aprobación para escribir este artículo.