

## DETERMINACIÓN DE UN MODELO PARA EL CONSUMO DE ENERGÍA CON SUSPENSIÓN TOTAL DE SÓLIDOS EN FLUIDOS NEWTONIANOS

*Adolfo Ulate Brenes<sup>1</sup> y Alexander Vásquez\**

Escuela de Ingeniería Química, Universidad de Costa Rica,  
San Pedro de Montes de Oca, San José, 2006 Costa Rica.

### Abstract

The development of a model for the power consumption in a mixing process for the suspension solids in a Newtonian liquid is proposed in this study. As a first step of this research, the critical variables were determined using an alternative method: the kind and size of the impellers (propeller and turbine,  $D_s/D_i$ : 0,333 and 0,433), the kind, size and quantity of solid (sand, volcanic stone and silica,  $1,68 \times 10^{-3}$  m and  $7,07 \times 10^{-4}$  m in diameters); and the fluid.

Two equations were developed to fit the experimental data, both using the same dimensionless numbers (One for Reynolds numbers lower than 60 000 and the other for Reynolds numbers between 60 000 and 150 000).

These equations have similarities with the reported in the literature.

**Palabras clave:** suspensión total de sólidos, consumo de energía, diseño de experimentos, fluidos newtonianos.

**Key words:** power consumption, mixing process, total solid suspension.

### I. Introducción

La operación de agitación y mezclado es, a nivel industrial, un proceso que se aplica de manera cotidiana en muchas de las industrias, sin importar el grado de complejidad de estos procesos. La simplicidad del equipo, muchas veces un tanque y un impulsor conectado a un motor, que suministra la energía, le resta importancia a esta operación. La instalación de estos tres elementos se realiza en la mayoría de las ocasiones de manera empírica, lo que genera problemas de sobre dimensionamiento, mayores tiempos de agitación para procesos por lotes o introducción de material extraño al que se agita (por ejemplo la introducción de aire). Adicionalmente el equipo de agitación se utiliza indistintamente en más de una operación, algunas veces, un proceso intermedio por lo que el proceso adquiere relevancia.

El objetivo de este proyecto es determinar una relación para la suspensión de sólidos, y el consumo de energía mínimo para llevar a cabo esta operación, debido a su gran aplicabilidad en muchos procesos a nivel industrial, y a que, diferentes autores proponen modelos muchas veces basados en distintas variables, de acuerdo a la conveniencia del estudio.

---

<sup>1</sup>A quién debe de dirigirse la correspondencia. Tel.: (506) 207-5431. Fax: (506) 225-5622. Correo electrónico: [aulate@fing.ucr.ac.cr](mailto:aulate@fing.ucr.ac.cr)

## II. Suspensión de sólidos

Existen registros de tanques agitados para suspensión de sólidos desde el año de 1553 [13]. Actualmente se pueden citar procesos de homogeneidad de disoluciones con catalizadores heterogéneos, adsorción e intercambio iónico, en donde la resina es un sólido no soluble; adición de agentes floculantes para la sedimentación posterior de lodos, lavado de cristales; disminución de la resistencia en la capa límite entre un catalizador heterogéneo y el fluido.

Para definir qué tan bien suspendidos están los sólidos en el tanque, existen diferentes tipos de clasificación [5]:

*Suspensión prácticamente completa con fileteado:* La mayor parte del sólido está suspendido en el líquido, con un pequeño porcentaje de partes fileteadas estacionarias en la periferia exterior del fondo del tanque. La existencia de una cantidad pequeña de sólidos que no están en movimiento puede permitirse en un tanque de alimentación de una unidad de proceso, toda vez que las partes fileteadas de sólidos no crecen de espesor ni se aglomeran.

*Movimiento completo de las partículas:* Todas las partículas o bien están suspendidas o se mueven a lo largo del fondo del tanque.

*Suspensión completa o suspensión completa fuera del fondo:* Todas las partículas están suspendidas fuera del fondo del tanque o bien no permanecen sobre el fondo más de dos o tres segundos. Cuando se alcanza esta condición habrá gradientes de concentración en la suspensión y puede existir una región de líquido sin concentración alta de sólidos cerca de la parte superior del tanque.

*Suspensión uniforme:* Para velocidades del agitador considerablemente superiores a las que se requieren para obtener una suspensión completa, ya que no habrá líquido claro en la parte superior del tanque y la suspensión se hace uniforme. Pueden existir gradientes verticales de concentración en el tanque, principalmente si existe una distribución alta de tamaños de las partículas sólidas.

Algunos modelos existentes en la bibliografía muestran la funcionalidad de la potencia consumida con la velocidad de agitación, las características del sólido y del fluido, el nivel de suspensión, tipo de impulsor y otras. Por ejemplo para determinar las velocidades críticas ( $N_c$ ) para la suspensión de sólidos, sin buscar homogeneidad Zwietering [13] propone:

$$N_c = \psi \left[ \frac{D_t}{D_a} \right]^t \frac{g^{0,45} (\rho_p - \rho)^{0,45} \mu^{0,1} D_p^{0,2} (100 \cdot B)^{0,13}}{D_a^{0,85} \rho^{0,55}} \quad (1)$$

En donde  $\psi$  y  $t$  dependen exclusivamente del tipo de agitador,  $D_t$  es el diámetro del tanque,  $D_a$  diámetro del agitador,  $D_p$  es el diámetro de la partícula,  $g$  es la fuerza de gravedad,  $\rho$  es la densidad del fluido y  $\rho_p$  la densidad del sólido,  $\mu$  la viscosidad de la suspensión y  $B$  es la fracción sólido líquido en el tanque. Véase una forma alterna de escribir la ecuación (1) en [5].

Utilizando una hélice de tres aspas de paso cuadrado y una relación de sólido a líquido en el tanque 1 a 4, Pavlushenko determinó:

$$N_c = 0,105 \frac{g^{0,6} \rho_p^{0,8} D_p^{0,4} D_t^{1,9}}{\mu^{0,2} \rho^{0,6} D_a^{2,5}} \quad (2)$$

## I. Variables a estudiar

Para el estudio del proceso de agitación y mezclado se deben considerar las variables que afectan el proceso y la forma en cómo éstas lo hacen.

Para la selección de variables en procesos de agitación y mezclado, Dickey [3] propone que se debe considerar:

1. Condiciones de velocidades de reacción, conversión y formación de subproductos para las condiciones de diseño.
2. Velocidades de transferencia de calor y uniformidad de temperatura.
3. Distribución de partículas en suspensión.
4. Formación de zonas estancadas y manchas térmicas.
5. Acumulación de material en la superficie del líquido o en el fondo del tanque.
6. Velocidad y dirección del flujo dentro del tanque.

Para el caso específico de suspensión de sólidos, se debe considerar adicionalmente la cantidad, tamaño de partícula y velocidad de sedimentación. La cantidad de sólidos utilizada varía de manera considerable las propiedades físicas del fluido, en particular la densidad y la viscosidad.

El efecto de estas variables para los procesos de agitación determinan la potencia que se requiere para llegar a un nivel de suspensión de sólidos deseada, es decir determinar la energía que se necesita entregar a las partículas, para que la velocidad de éstas sea mayor que la velocidad de sedimentación.

La densidad se puede referir bien a la suspensión, o independientemente a los sólidos o líquidos. Para sólidos con peso específico mayor al líquido, y tamaños grandes de partículas, unas interfieren con otras a la hora de sedimentar, para diámetros de partícula menores a 10  $\mu\text{m}$  el efecto de las partículas es aglomerarse. Partículas con menor densidad que el líquido: se debe propiciar la turbulencia superficial y formación de vórtices.

Un aumento en la viscosidad, en general causa que las fuerzas cortantes del agitador sean menores, lo que significa que a mayor viscosidad, las velocidades del flujo saliendo del impulsor disminuyen, el movimiento del fluido se dificulta y disminuye la recirculación efectiva del líquido en el tanque (para cualquier tipo de agitador).

La velocidad de sedimentación se modificará por características físicas del sólido y la cantidad de sólidos en la mezcla (hasta llegar a un 30% en masa, donde cambian las propiedades reológicas del fluido).

El tipo de impulsor y la geometría influyen de manera significativa en la cantidad de energía que se necesita para lograr la suspensión de sólidos, diversos autores recomiendan impulsores que generen flujo axial para procesos de suspensión de sólidos. Para diámetros pequeños de los agitadores se necesita mayor velocidad de agitación para lograr la suspensión de los sólidos, y conforme aumenta el diámetro la velocidad de agitación para lograr el mismo efecto disminuye. Para fluidos muy viscosos se recomienda utilizar agitadores de diámetro grande; si el efecto viscoso no es un factor dominante, se recomienda la utilización de impulsores pequeños con deflectores.

Un mismo impulsor puede generar diferentes patrones de flujo a lo largo del tanque, si la posición o el tamaño del tanque varían. Se puede considerar que la velocidad del fluido es mayor en los alrededores de las aspas del impulsor y la manera como llega el flujo de fluidos, así como la manera que este flujo abandona las aspas, puede modificar los patrones de flujo. En general, para

una razón  $D_a/D_t$ , en donde  $D_a$  es el diámetro del agitador y  $D_t$  el diámetro del tanque, se tiene que una razón pequeña implica una turbulencia alta en la cercanía del impulsor, y la razón de recirculación a lo largo del tanque es menor. Para razones medias y altas, el flujo presenta patrones mayores de recirculación. Sin embargo, una razón muy grande (el diámetro del agitador es similar al diámetro del tanque) creará una zona de alta turbulencia en los alrededores del agitador, lo que corta los patrones de recirculación (estratifica las zonas de agitación). El consumo de potencia aumenta para razones  $D_a/D_t$  menores.

## II. Selección de variables

Existen técnicas para cuantificar la variabilidad de los parámetros de proceso, y poder corregir el cambio de manera oportuna (véase por ejemplo gráficos de control). Sin embargo estas técnicas solo cuantifican un cambio y dejan de lado la magnitud con que pueden afectar el proceso, además de las interacciones que pueden ocurrir con otras variables. Para tal fin se podrían utilizar diseños estadísticos experimentales, que presentan, como desventaja, que se necesita gran cantidad de experimentos para lograr información importante (aumenta con la cantidad de variables que se quieren estudiar). Adicionalmente, estos experimentos requieren variar parámetros de proceso y en muchos casos eso significa pérdida de tiempo y dinero, porque los efectos en el producto final podrían estar fuera de las especificaciones de calidad. Sutton [10], presenta una técnica alterna, en donde con pocos experimentos se logran aislar las variables críticas. Esta consiste en seleccionar las variables que afectan el proceso y además realiza un estudio teórico previo con el fin de determinar el efecto sobre la variable de respuesta. A cada variable se le asignan dos valores de variación, y de acuerdo con la respuesta esperada, se le asigna el valor más (+) a la que genere el valor mayor, y menos (-) a la que genere el valor menor. Se deben de realizar seis experimentos, tres de los cuales se llevarán a cabo con todos los valores de las variables en el valor (+) y el resto en el valor (-). Es de esperar que los resultados obtenidos sean mayores para las variables en el valor (+). Además, este grupo de experimentos sirve para determinar el error experimental. El análisis de los resultados es simple: si todos los resultados de las variables más (+) son mayores y los de las variables menos (-) son menores, entonces las variables son críticas y se pasa a la segunda etapa experimental. Si los valores (+) son menores que los (-), o no existe diferencia estadística entre los valores (+) y (-), esto tiene dos interpretaciones: ya sea que las variables críticas no estén en el grupo de las variables estudiadas o los valores seleccionados de (+) y (-) están confundidos. En este caso se recomienda revisar la lista de las variables (agregar más variables) y su efecto sobre la variable de respuesta, y se debe empezar la experimentación nuevamente. En la segunda fase de experimentación se toma cada variable y se fija en valor (-) manteniendo el resto en (+) y luego se fija la variable en estudio en (+) pasando el resto de variables a (-). Lo anterior se utiliza para medir el efecto de cada una de las variables de manera individual y sus interacciones. Si la respuesta no se ve afectada con el cambio, entonces la variable no es una variable crítica; si la respuesta se afecta por el cambio, la variable es crítica, siempre que el cambio sea en ambos sentidos (+) y (-), y la variable de respuesta siga al cambio. Si el cambio de la variable de respuesta ocurre, pero con solo uno de los dos experimentos (solo al poner en valor más o menos), o el cambio no tiene un patrón, la variable es crítica e interactúa con otras variables del sistema. Una vez seleccionadas las variables críticas es recomendable realizar unas corridas experimentales adicionales para verificar los resultados.

### III. Modelo propuesto para la correlación de datos

Para relacionar los datos se propone utilizar un modelo adimensional que relacione el número de potencia ( $N_{Potencia}$ ), con el número de Reynolds ( $N_{Reynolds}$ ); y el coeficiente de arrastre ( $N_{Arrastre}$ ) mediante una ecuación del tipo:

$$N_{Potencia} = \kappa (N_{Reynolds})^\alpha \cdot (N_{Arrastre})^\beta \quad (3)$$

En donde  $\kappa$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ , son las constantes a determinar.

Rescribiendo la ecuación en términos de las variables se obtiene:

$$\frac{P}{\rho \cdot n^3 D_a^5} = \kappa \left( \frac{n \cdot D_a^2 \cdot \rho}{\mu} \right)^\alpha \cdot \left( \frac{g \cdot m_p \cdot (\rho_p - \rho)}{\rho \cdot \rho_p \cdot A_p \cdot v_s^2} \right)^\beta \quad (4)$$

En donde P es la potencia, n es la velocidad,  $D_a$  el diámetro del agitador,  $\rho$  es la densidad del fluido (sólido y líquido),  $\rho_p$  es la densidad de la partícula,  $\mu$  la viscosidad del fluido,  $m_p$  la masa de la partícula, g la aceleración de la gravedad,  $A_p$  el área de la partícula y  $v_s$  la velocidad de sedimentación.

## II. Metodología, equipo experimental y materiales

La parte experimental de esta investigación se dividió en dos partes. En la primera parte se estudió el efecto de las variables para la suspensión total de sólidos, con el fin de determinar las variables críticas. En la segunda se realizó un nuevo diseño experimental con el fin de correlacionar las variables críticas encontradas con un modelo para el consumo de potencia.

En el Cuadro 1 se muestran las variables seleccionadas y los valores de variación para la primera etapa experimental.

El Cuadro 2 muestra el diseño experimental utilizado en la primera parte experimental.

Las variables de respuesta serán las potencias y velocidades obtenidas en cada experimento, las variables fijas del sistema se encuentran en las dimensiones del tanque, el uso y diseño de las mamparas, el diseño del impulsor y su ubicación. El nivel del fluido en el tanque es una variable fija y se establece como la altura equivalente al diámetro del tanque (relación de diseño). Las variables no controladas de este diseño son las condiciones ambientales, temperatura y presión que varía entre 88 000 y 88 500 Pa (660 a 665 mmHg).

**CUADRO 1**  
SELECCIÓN DE LOS NIVELES DE VARIACIÓN PARA LAS VARIABLES DE DISEÑO.

<i>Variable</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valor (+)</i>	<i>Valor (-)</i>
Fluido	V1	Glicerina 50%	Agua
Fracción de sólidos	V2	5 %	2,5 %
Partícula	V3	Arena	Piedra volcánica
Tamaño de partícula	V4	Pequeño	Grande
Tipo de impulsor	V5	Turbina Plana	Hélice
Relación $D_a/D_t$	V6	0,333	0,433

**CUADRO 2**

ORDEN DE REALIZACIÓN DE LOS EXPERIMENTOS DE LA PRIMER ETAPA EXPERIMENTAL Y NIVEL DE LAS VARIABLES SELECCIONADAS.

<i>Variable</i>	V1	V2	V3	V4	V5	V6
<i>Orden</i>						
1	-	-	-	-	-	-
2	+	+	+	+	+	+
3	+	+	+	+	+	+
4	-	-	-	-	-	-
5	+	+	+	+	+	+
6	-	-	-	-	-	-

Con las críticas establecidas, se realiza la segunda parte experimental, con el fin de ajustar los datos al modelo. El Cuadro 3 muestra las variables seleccionadas del primer diseño experimental.

**CUADRO 3**

VARIABLES UTILIZADAS EN SEGUNDO DISEÑO EXPERIMENTAL CON SUS RESPECTIVOS VALORES.

<i>Nomenclatura</i>	<i>Variable</i>	<i>Valor</i>			
V1	Tipo de fluido	Agua		Glicerina	
				50%	
V2	Tamaño agitador	D1	D2	D3	D4
	(m)	5,5x10 <sup>-2</sup>	9x10 <sup>-2</sup>	12x10 <sup>-2</sup>	14,5x10 <sup>-2</sup>
V3	Sólido	Arena	Piedra	Sílice	
			Volcánica		
V4	Cantidad Sólido	1 %	2,5 %	3,5 %	5 %

El equipo experimental consta de un tanque cilíndrico vertical, de fibra de vidrio con mamparas (colocadas a 90º) con un volumen de 0,021 5 m<sup>3</sup>. El diseño del tanque se basa en relaciones estándar.

Se utiliza como equipo de agitación un motor digital marca Lightnin, modelo L1U10F, que entrega una potencia de 90 W (1/7 HP), y genera velocidades de agitación desde 50 hasta 1 800 r.p.m., con un torque máximo de 4,89x10<sup>-2</sup> kg·m. El equipo de agitación permite medir la velocidad, el torque y la temperatura. El eje del agitador tiene un diámetro de 0,01 m y una longitud de 0,61 m.

Los impulsores utilizados son hélices y turbinas planas.

### III. Resultados y discusión

Al realizar la primera parte del diseño experimental para la selección de las variables críticas del sistema, se encuentra que las variables seleccionadas y sus valores más (+) y menos (-), generan el efecto deseado en la velocidad de agitación. Se observa, que a pesar de estar bien definida la variable de respuesta, dependiendo de las condiciones de diseño (tipo de agitador, principalmente), los patrones de flujo varían considerablemente, lo que dificulta establecer el valor de suspensión deseado. Con los resultados obtenidos se realiza la segunda parte del diseño experimental. Los resultados se muestran en el Cuadro 4.

**CUADRO 4**  
RESULTADO DEL DISEÑO EXPERIMENTAL REALIZANDO LA VARIACIÓN  
DE UNA VARIABLE A LA VEZ.

V1	V2	V3	V4	V5	V6	Velocidad v, (rpm)
-	+	+	+	+	+	1 550
+	-	+	+	+	+	1 515
+	+	-	+	+	+	1 470
+	+	+	-	+	+	1 704
+	+	+	+	-	+	1 750
+	+	+	+	+	-	675
+	-	-	-	-	-	525
-	+	-	-	-	-	665
-	-	+	-	-	-	626
-	-	-	+	-	-	595
-	-	-	-	+	-	780
-	-	-	-	-	+	1 430

La variación de una única variable es significativa solamente en el caso de la variable 6 (relación de diámetros entre el impulsor y el tanque), ya que manteniendo todas en más (+) y fijando en menos (-) esta variable, se obtienen valores bajos en la velocidad (675 rpm), e invirtiendo el procedimiento se obtiene valores altos de velocidad (1 430 rpm).

Por otro lado si se analiza la situación inversa la variable 4 no presenta ningún cambio con respecto al valor de todas las variables en su valor más o menos. Esto lleva a despreciar el efecto del tamaño de la partícula, a pesar que una es 80% más grande que la otra.

El resto de las variables no presentan un comportamiento bien definido, y a excepción del tipo de impulsor (variable 5) que se podría despreciar, ya que la variación es muy pequeña con respecto a los valores establecidos en la primer parte de este diseño, esa variación podría deberse a la variación del proceso, o al igual que el resto de las variables a interacciones, que cancelen los efectos de unas con otras, siendo necesario ampliar esta etapa experimental.

Por lo tanto se implementa un diseño factorial fraccionado  $2^{3-1}$  para estudiar la significancia estadística del resto de las variables, en donde se confunde la variable 5 (tipo de impulsor) con la interacción de mayor orden (I123), con el fin de descartar estadísticamente esta variable.

El Cuadro 5 muestra el diseño experimental y los resultados obtenidos. Es importante mencionar que como la relación diámetro del impulsor, diámetro del tanque se encontró como crítica, todos los experimentos se realizaron manteniendo el valor menos (-) (0,333) constante, para mantener los resultados lejos del valor mayor de velocidad con que opera el agitador.

**CUADRO 5**  
DISEÑO FACTORIAL FRACCIONADO  $2^{3-1}$ , Y LOS RESULTADOS OBTENIDOS POR SU APLICACIÓN

Variable							Velocidad v, (rpm)
Orden	V1	V2	V3	V5	V6		
7	-	-	-	-	-	-	780
4	+	-	-	+	-	-	725
1	-	+	-	+	-	-	860
6	+	+	-	-	-	-	740
3	-	-	+	+	-	-	830
2	+	-	+	-	-	-	812
5	-	+	+	-	-	-	928
8	+	+	+	+	-	-	874

Después de un análisis estadístico se encuentra que el efecto de las variables V1 tipo de fluido, V2 fracción de sólidos y V3 naturaleza del sólido es significativo, y la variable V5 tipo de impulsor es no significativa, como se esperaba de acuerdo a los resultados anteriores.

Para validar los resultados que se obtuvo se realizó gráficas de los residuos ordenados, en función del valor normal como lo muestra la Figura 1.

En la segunda parte experimental con las variables críticas se encontró que el ajuste de los datos a la ecuación (4) es

$$N_{Potencia} = 27,11(N_{Reynolds})^{-0,14} \cdot (N_{Arrastre})^{-0,17} \quad (5)$$

El modelo que se obtuvo en este caso presenta un coeficiente de correlación bajo, además un análisis del gráfico de residuos (Figura 2) muestra la existencia de elementos no considerados en el modelo.

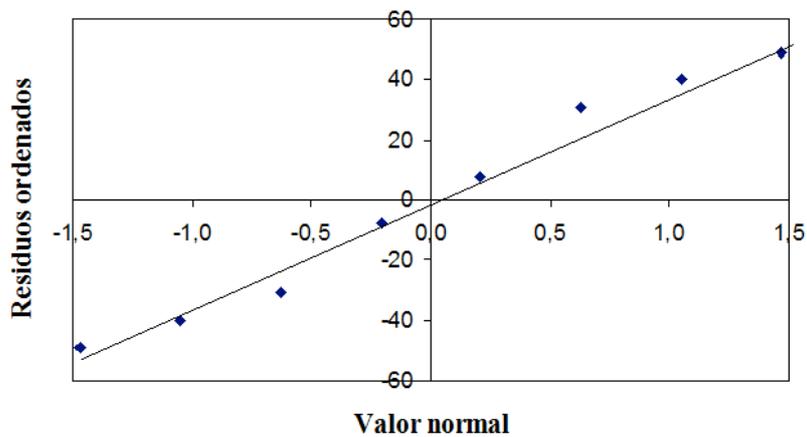


FIGURA 1. Prueba de normalidad para los residuos obtenidos aplicando el algoritmo de Yates al diseño factorial fraccionado  $2^{3-1}$ .

Un análisis de la Figura 2, muestra dos zonas bien definidas, que equivalen a los datos generados utilizando el impulsor de menor tamaño ( $5,5 \times 10^{-2}$  m), y el segundo grupo en donde se encuentran los datos generados a partir del resto de los impulsores.

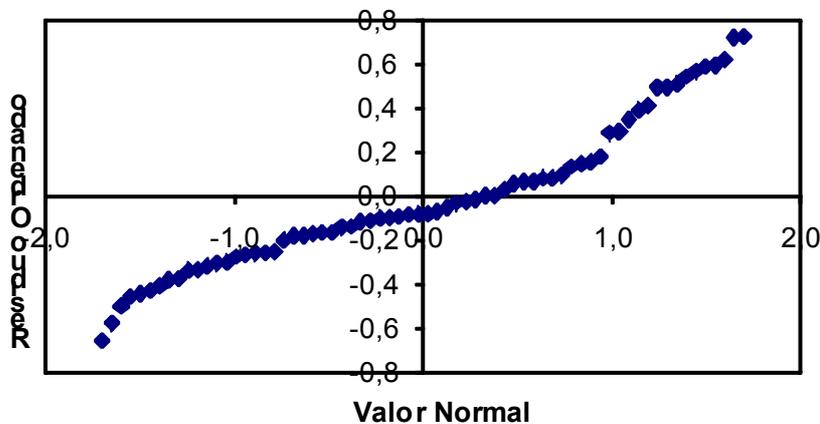


FIGURA 2. Prueba de normalidad para los residuos obtenidos aplicando el modelo de la ecuación (5) a los datos experimentales.

La observación anterior sugiere que los valores recopilados se agrupan en dos, y que por lo tanto se deben de generar dos modelos distintos en función del diámetro del impulsor, además se debe de considerar un número adimensional que cuantifique este hecho:  $D_a/D_t$ . Este razonamiento, está de acuerdo con lo visto en la parte experimental, ya que los patrones físicos de agitación eran muy diferentes con el impulsor más pequeño que con el impulsor mayor. Una limitación física fue que utilizando diámetros mayores de agitador, el fluido se estratifica en dos zonas, en donde los patrones de flujo limitan la transferencia entre la zona superior y la zona inferior con respecto al agitador.

El Cuadro 6 muestra los modelos propuestos utilizando la división de las zonas y el nuevo número adimensional.

**CUADRO 6**  
MODELOS OBTENIDOS AGRUPANDO LOS DATOS DE ACUERDO AL DIÁMETRO DEL IMPULSOR.

Condiciones	Modelo	Coefficiente de correlación	
Impulsor diámetro menor No incluye el número adimensional que relaciona los diámetros	$N_p = 29,34(N_{Re})^{-0,12} \cdot (N_{Arr})^{-0,16}$	0,80	(6)
Impulsores diámetro mayor No incluye el número adimensional que relaciona los diámetros	$N_p = 1,62(N_{Re})^{-0,04} \cdot (N_{Arr})^{-0,01}$	0,18	(7)
Impulsor diámetro menor Incluye el número adimensional que relaciona los diámetros	$N_p = 6,59(N_{Re})^{-0,09} \cdot (N_{Arr})^{-0,1} \cdot \left(\frac{D_a}{D_t}\right)^{-0,4}$	0,89	(7)
Impulsores diámetro mayor Incluye el número adimensional que relaciona los diámetros	$N_p = 0,40(N_{Re})^{0,02} \cdot (N_{Arr})^0 \cdot \left(\frac{D_a}{D_t}\right)^{-0,56}$	0,73	(8)

Con ajustes tan bajos se analiza el comportamiento de la potencia obtenida en función de los números adimensionales utilizados.

Si bien es cierto en la relación del número de Reynolds y el número de potencia no se observa ninguna tendencia clara, se puede ver que hay dos zonas bien definidas y que conforme aumenta el número de potencia disminuye el número de Reynolds, como lo predicen los modelos desarrollados por otros autores [3, 4, 5].

Con relación al número de arrastre ( $N_{Arr}$ ) y el número de potencia ( $N_p$ ) se observan tres zonas con una gran verticalidad, que sugiere que no existe una relación lineal de los logaritmos de estas funciones. En otras palabras, que la función entre las dos variables no es exponencial, lo que se refleja en los exponentes del número de potencia de la ecuación (5) a la (8) de dicho coeficiente, que es muy cercano a 0.

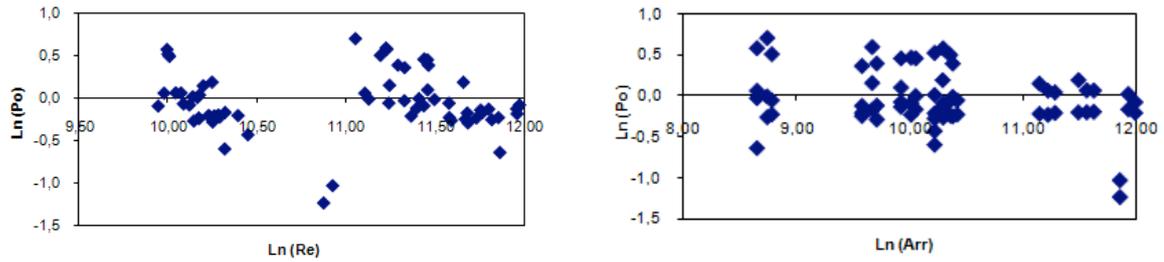


FIGURA 3. Relaciones logarítmicas entre la el número de potencia y el coeficiente de arrastre.

Para cada zona se obtienen modelos de acuerdo a la ecuación propuesta, y se logra un ajuste satisfactorio para las zonas considerando el número de Reynolds, pero con el número de arrastre los ajustes siguen siendo muy bajos. Para mejorar el ajuste de los datos se introduce la relación adimensional de la razón de densidades sólido-fluido y se generaron modelos nuevos, utilizando los mismos grupos de datos que en la correlación anterior.

**CUADRO 7**  
 MODELOS OBTENIDOS AGRUPANDO LOS DATOS DE ACUERDO AL NÚMERO DE REYNOLDS Y UTILIZANDO EL PARÁMETRO DE DENSIDAD.

Condiciones	Modelo	Coefficiente de correlación	
Logaritmo de Reynolds menor a 11	$N_P = 0,010(N_{Re})^{0,26} \cdot (N_{Arr})^{0,01} \cdot \left(\frac{D_a}{D_t}\right)^{-1,01} \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)^{0,77}$	0,976	(9)
Logaritmo de Reynolds mayor a 11	$N_P = 0,10(N_{Re})^{0,09} \cdot (N_{Arr})^{-0,05} \cdot \left(\frac{D_a}{D_t}\right)^{-0,92} \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)^{0,78}$	0,949	(10)

La ecuación (9) presenta un exponente del número de Reynolds que es muy cercano al que presentan muchos autores para diferentes procesos de agitación de fluidos (0,30), además, el coeficiente de correlación es mucho mayor. Se realiza un análisis de residuos y se tiene una relación lineal, indicando que la correlación es buena y que no se está dejando ningún factor fuera de análisis. Por otra parte, se estudió el comportamiento de las variables y los residuos y no se encontró tendencia: el comportamiento fue totalmente aleatorio.

Si se analizan los resultados obtenidos y se elimina el número de arrastre se puede encontrar una relación entre el número de Reynolds y el número de potencia. El caso más simple es cuando el fluido no tenga nada de sólido y se pueden utilizar las relaciones como las que presenta McCabe [5], sin embargo para los intervalos de número de Reynolds el número de potencia sería constante y cercano a 0,3, lo que no se observa en los datos experimentales. Se realizaron algunas otras correlaciones siguiendo la tendencia de las estudiadas, y utilizando modelos propuestos por otros autores. Sin embargo las mejores correlaciones se obtienen utilizando las ecuaciones (9) y (10).

#### IV. Conclusiones

Se encontró que las variables críticas, bajo las condiciones estudiadas del proceso de suspensión total de sólidos son: el tipo y cantidad de sólido, el tamaño del impulsor y el tipo de fluido, descartándose el tamaño de la partícula y el tipo de agitador, en donde los patrones de suspensión varían drásticamente de acuerdo al tamaño de impulsor utilizado.

Para la determinación del modelo se utilizó el comportamiento de los datos experimentales según su variación con respecto al número de Reynolds, ya que presentaban coherencia física (tendencias definidas). Se necesitan patrones turbulentos (números de Reynolds grandes) para lograr el nivel de suspensión total. Por otro lado el número de arrastre presenta una baja relación en los modelos propuestos.

#### V. Nomenclatura

A	Área	m <sup>2</sup>
B	Fracción sólido	adimensional
C	Arrastre	adimensional
D	Diámetro	m
N	Número	adimensional
P	Potencia	W
Re	Número de Reynolds	adimensional
V	Volumen	m <sup>3</sup>
Z	Valor normal	adimensional
f	Fracción	adimensional
g	Gravedad	m/s <sup>2</sup>
m	Masa	kg
n	Velocidad	r.p.m.
t	Constante	adimensional
v	Velocidad	m/s

$\alpha$	Constante	adimensional
$\beta$	Constante	adimensional
$\kappa$	Constante	adimensional
$\rho$	Densidad	kg/m <sup>3</sup>
$\mu$	Viscosidad	kg /m s
$\psi$	Constante de agitación	adimensional

Subíndices	Significado
a	Se refiere a agitador
Arr	Se refiere a arrastre
c	Se refiere a crítica
f	Se refiere a fluido
P	Se refiere a potencia
p	Se refiere a partícula
s	Se refiere a sedimentación
t	Se refiere a tanque

## VI. Bibliografía

1. Baasel W., *Preliminary Chemical Engineering Plant Desing*, 2<sup>da</sup> edición. Van Nostrand Reinhold: New York, 1990, pp 110-121.
2. Etchells A., *Chem Eng.* **1992**, marzo, 82-109.
3. Dickey D., *Chem Eng.* **1992**, marzo, 06-109.
4. Foundy P., *Chem Eng.* **1976**, mayo, 144-150.
5. McCabe, W.; Smith, J. C.; Harriot, P., *Operaciones Unitarias En Ingeniería Química*, 6a ed. Editorial McGraw-Hill: México, 2002, pp 259-303.
6. Gates, *Chem Eng.* **1976**, Mayo, 44-50.

7. Geankoplis Christie, *Procesos De Transporte Y Operaciones Unitarias*, 3a ed. Editorial Continental: México, 1999.
8. Perry, R.; Green, D. W., *Chemical Engineering's Handbook*, 7a ed. Editorial McGraw-Hill: Estados Unidos, 1997.
9. Rodríguez, R., *Determinación Del Coeficiente De Película, Ho En Líquidos agitados, como presencia de sólidos suspendidos Calentados con un serpentín*, Tesis de licenciatura de Ingeniería Química, Universidad de Costa Rica: Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, 2004.
10. Sutton, N., *Chem Eng.* **1997**, agosto, 106-109.
11. Treybal, R., *Operaciones de Transferencia de Masa*, 2a ed. McGraw Hill: México, 1988, pp 165–175.
12. Vincent, U., *Mixing Theory And Practice*, volumen I, Academic Press: Estados Unidos, 1996, pp 120-148.
13. Vincent, U., *Mixing Theory And Practice*, volumen II, Academic Press: Estados Unidos, 1996, pp 225-259.
14. Ulate, A., *Determinación de un modelo para el consumo de energía para la suspensión total de sólidos en fluidos Newtonianos*, Tesis de maestría profesional en Ingeniería Química, Universidad de Costa Rica: Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, 2006.
15. Ulrich, G., *Procesos De Ingeniería Química*, 6a ed. Editorial McGraw-Hill: México, 1993, pp 180-201, 255.
16. Welty, J., *Fundamentos de Transferencia de Momento, Calor y Masa*, 8a reimpresión. Editorial Limusa: México, 1997, pp 187-194.
17. Zawadzki, E., *Determinación del coeficiente de película externa en el serpentín de un tanque agitado*, Tesis de licenciatura de Ingeniería Química, Universidad de Costa Rica: Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, 2002.