



# **Argumentar en matemática: Una perspectiva desde las directrices ministeriales en secundaria pública costarricense**

Arguing in mathematics: a perspective from the ministerial guidelines in the Costa Rican public high school

Volumen 25, Número 2  
Mayo - Agosto  
pp. 1-36

Rebeca María Ventura Saravia  
Andrea María Araya Chacón

## **Citar este documento según modelo APA**

Ventura Saravia, Rebeca María., y Araya Chacón, Andrea María. (2025). Argumentar en matemática: Una perspectiva desde las directrices ministeriales en secundaria pública costarricense. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 25(2), 1-36. <https://doi.org/10.15517/aie.v25i2.62582>

## Argumentar en matemática: Una perspectiva desde las directrices ministeriales en secundaria pública costarricense

Arguing in mathematics: a perspective from the ministerial guidelines in the costa rican public high school

Rebeca María Ventura Saravia<sup>1</sup>  
Andrea María Araya Chacón<sup>2</sup>

**Resumen:** Argumentar, como proceso matemático, fue incorporado en el año 2012 en el Programa de Estudios de Matemática (PEM) del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica; como habilidad, está contemplado en la Transformación Curricular, emanada en el 2015. Estas políticas deben orientar las actividades argumentativas en las aulas de matemática, a fin de contribuir a la formación de la ciudadanía del siglo XXI. El objetivo de esta investigación fue explorar y describir la articulación teórica y metodológica que facilita el posicionamiento de la argumentación en las clases de matemática. Durante el 2024, se llevó a cabo una investigación de tipo cualitativo, y de alcance descriptivo y explicativo, con base en una revisión documental de tres documentos: la Transformación Curricular, el Programa de Matemática del Ministerio de Educación Pública (MEP) y el marco conceptual de PISA 2012, de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE). Una vez efectuado el análisis de la información, se detectó que la Transformación Curricular propone dimensiones, habilidades e indicadores vinculados con la argumentación. Asimismo, en el PEM, las referencias a los términos: “argumentar”, “argumentación” o “argumento” son diversas. También, se reconocen demandas específicas por área matemática, así como otras comunes entre éstas. Los lineamientos ministeriales en el PEM ofrecen indicaciones que pueden interpretarse como formas de operacionalizar la Transformación Curricular, respecto de la argumentación, aunque este vínculo no se explicita. En síntesis, la ruta de la formación en la habilidad de argumentación o la demostración matemática no es clara, aunque se propone como una acción matemática que ha de tener lugar en las aulas. Finalmente, se sugieren posibles líneas de investigación a fin de comprender la ruta de formación en la argumentación en la secundaria costarricense.

**Palabras clave:** argumentación matemática, enseñanza matemática, planes de estudio, educación secundaria

**Abstract:** Argumentation, as a mathematical process, was incorporated into the Mathematics Curriculum (PEM) of the Costa Rican Ministry of Public Education in 2012. It is integrated into the 2015 Curriculum Transformation educational policy as a skill. These policies should guide argumentative activities in mathematics classrooms, contributing to the training of 21st-century citizens. This study explores and describes the theoretical and methodological framework that supports argumentation in mathematics classes, grounded in Costa Rican educational policies and its theoretical references. In 2024, a qualitative, descriptive, and explanatory study was conducted based on a documentary review of the Curriculum Transformation, the PEM, and the Organization for Economic Co-operation and Development (OECD) mathematics framework. Data analysis revealed that the Curriculum Transformation establishes dimensions, skills, and indicators related to argumentation, articulated within the Mathematics Curriculum for practical implementation. In the PEM, references to argumentation, argumentation, or arguing are diverse. Specific demands are recognized by mathematical area, as well as others within it. The PEM suggests guidelines on how to implement the argumentation orientations of the Curriculum Transformation, although this link is not explicitly stated. The path of training in mathematical argumentation or proof is unclear despite being proposed as a mathematical action that should take place in classrooms. Potential research directions are suggested to understand argumentation's operationalization in Costa Rican secondary education.

**Keywords:** mathematical argumentation, mathematics education, curriculum, secondary education

<sup>1</sup> Investigadora del Centro de Investigación Matemática y Meta-Matemática de la Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica. Dirección electrónica: [andrea.arayachacon@ucr.ac.cr](mailto:andrea.arayachacon@ucr.ac.cr)  
Orcid <https://orcid.org/0000-0001-7646-4512>

<sup>2</sup> Investigadora del Centro de Investigación Matemática y Meta-Matemática de la Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica. Dirección electrónica: [rebeca.ventura@ucr.ac.cr](mailto:rebeca.ventura@ucr.ac.cr) Orcid <https://orcid.org/0009-0001-4918-2648>

**Artículo recibido:** 31 de octubre, 2024  
**Enviado a corrección:** 14 de febrero, 2025

**Aprobado:** 07 de abril, 2025

## 1. Introducción

Cada vez más, la habilidad de argumentación adquiere mayor relevancia debido al vínculo con el desarrollo del ser humano (Arriagada y Osorio, 2019) y con la autonomía intelectual (Solar Bezmalinovic et al., 2022; Yackel y Cobb, 1996); efectivamente, la argumentación permite que el individuo integre capacidades tales como definir, explicar organizar ideas, lo cual se vincula con el desarrollo del pensamiento crítico. Por ello, la promoción de la argumentación favorece la formación de personas críticas y reflexivas en torno al conocimiento (De Gamboa et al., 2010).

En particular, la incorporación de habilidades argumentativas en las clases de matemática posibilita que el estudiantado las introyecte en una manera interactiva, donde se resalta un conjunto de características relacionadas con el razonamiento matemático, como: explorar, justificar, ilustrar y refutar (Staples y Newton, 2016). La persona estudiante puede aprender matemática al explicitar su razonamiento; de hecho, cuando es puesto en duda, el sujeto moviliza una serie de herramientas discursivas con el propósito de convencer a un colectivo; esto ocurre bajo ciertas convenciones de su posición. (Krummheuer, 1995). Eventualmente, esta habilidad podrá activarse en otros escenarios de aprendizaje o laborales.

El rol matemático y formativo de la argumentación justifica que se haya incorporado explícitamente en planes de estudio de diversos programas de matemática a nivel mundial (v.gr. MEN, 2006; MINEDUC, 2016; NCTM, 2000). En Costa Rica, la reforma curricular de 2012 incorpora “razonar” y “argumentar” como uno de los cinco procesos matemáticos en *los Programas de Estudio de Matemática* (PEM); éstos plantean una acción docente específica para las actividades realizadas en clase, en conjunto con los ejes transversales, para todas las áreas de matemática (MEP, 2012). Por lo tanto, los programas establecen una directriz ministerial que promueve la argumentación en las clases de matemática.

Desde el punto de vista macro del sistema educativo, el favorecimiento de la argumentación en las aulas de secundaria también se encuentra en la *Fundamentación Pedagógica de la Transformación Curricular*. (MEP, 2015). En Costa Rica, esta política ofrece “la base teórica que sustenta los programas y proyectos curriculares que diseña y ejecuta el Ministerio de Educación Pública” (MEP, 2015, p.5); muestra de ello es la incorporación de la habilidad de realizar inferencias de argumentos a fin de desarrollar el pensamiento crítico. También, establece la capacidad de analizar distintos argumentos como parte del perfil de

salida del egresado de la Educación Secundaria y Técnica, con lo cual se pretende reforzar la importancia de fomentar la argumentación en las aulas de secundaria.

Un reciente estudio realizado por Ramírez Oviedo (2024) informa acerca de las distintas percepciones de las personas docentes de secundaria costarricense respecto de la “argumentación”. Esta investigación propone siete percepciones referentes a la argumentación, entre ellas se encuentran: “la argumentación es equivalente a explicar”, “la argumentación es un proceso lógico deductivo” y “cada vez que resuelvo una ecuación o un problema en la pizarra estoy argumentando”. (p. 235). Estos resultados apoyan los diversos estudios en otros contextos, donde se evidencia que las personas docentes perciben en maneras distintas cómo se ha de fomentar la argumentación en las clases de matemática (Kosko et al., 2014), pero coinciden en el reto que significa, para el profesorado, apoyarla y promoverla en sus lecciones (Francisco, 2022).

Por tanto, ante la identificación de la existencia de esta pluralidad de concepciones respecto de la argumentación en Costa Rica y la manera en cómo se facilita este proceso, el MEP (2012), en su marco de referencia, debería ofrecer lineamientos claros y acordes con el posicionamiento de este proceso a lo largo de los programas de estudio. En este sentido, es crucial identificar las distintas directrices que ofrece el MEP (2012) para lograr una enseñanza coherente, según los objetivos que éste pretende en cuanto a la formación de personas ciudadanas y, también del desarrollo de la formación matemática en el sistema educativo.

Por consiguiente, el presente artículo describe tanto el posicionamiento teórico y metodológico de la argumentación matemática en el MEP (2012), como la política curricular (MEP, 2015), considerados como el marco global educativo que posibilita su integración en la formación de la ciudadanía. Mediante el empleo del enfoque cualitativo, basado en una revisión documental, este estudio se ha fijado como pregunta de investigación: ¿Cuáles son los lineamientos teóricos y metodológicos que orientan el desarrollo de la habilidad de “argumentar” en las clases de matemáticas en secundaria? De acuerdo con ello, el objetivo general de este estudio es analizar los lineamientos metodológicos y teóricos que integran la argumentación en las aulas de matemáticas en Costa Rica. Este análisis forma parte de una indagación más amplia, inscrita en el Centro de Investigación en Matemática y Meta-Matemática (CIMM), el cual ha sido financiado por la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica.

## 2. Referente teórico

### 2.1 Argumentación en la filosofía y la lingüística

En vista de la relevancia y la diversidad de aristas que posee la “argumentación”, existen varias disciplinas que, históricamente, se han interesado en el tema, entre ellas la filosofía y la lingüística. Desde la filosofía, se encuentran los trabajos de Perelman y Olbrechts-Tyteca (1989), Toulmin (2003), y Grootendorst y Eemeren (2004). Para los primeros, la argumentación es el estudio de técnicas discursivas, cuya finalidad es convencer a un colectivo de una proposición o tesis. Según estos autores, cuando se argumenta se toman en cuenta las condiciones sociales del auditorio, pues la argumentación pretende una adhesión de las personas participantes (Perelman y Olbrechts-Tyteca, 1989). En este marco, la validación de un argumento está sujeta a la aceptación de los participantes. (Rigotti y Greco, 2009).

Por otro lado, el posicionamiento teórico de Toulmin (2003) destaca el empleo justificativo y estructuralista de la argumentación. El principal aporte de Toulmin se encuentra en su modelo, el cual ha sido utilizado para identificar partes de un argumento en cualquier dominio o campos argumentativos. Según Rigotti y Greco Morasso (2009), este modelo permanece popular, puesto que se lo valora como una herramienta dialéctica y un instrumento para explicar elementos o partes de la argumentación.

La tercera postura, formulada desde un enfoque pragma-dialéctico, concibe la argumentación como una actividad de carácter verbal, social y racional, cuya intención es convencer a alguien respecto de una proposición, mediante el empleo de proposiciones que la sustentan o refutan (Grootendorst y Eemeren, 2004). Adicionalmente, con base en este enfoque, se entiende que durante el discurso argumentativo se realiza una serie de intercambios para “resolver una diferencia de opinión sobre la base de los méritos de los argumentos presentados usando para ello la discusión crítica” (van Eemeren et al., 2015, p.128).

Desde el punto de vista lingüístico, se identifican dos posturas cruciales en las que se puede definir “argumentación” o “argumentar”: ya sea como un acto que pertenece al discurso (Fuentes y Alcaide, 2007), o como una característica inherente al lenguaje (v.gr. Ducrot, 1980; Anscombe y Ducrot, 1994). Según la primera postura, el acto de argumentar es una acción que forma parte del quehacer cotidiano del hablante; es decir, es parte del acto mismo de hablar. De ahí que argumentar se entiende como un proceso discursivo, por medio del cual éste “ofrece una serie de enunciados como buenas razones para que su(-s) interlocutor(-es)

crea(-n) u opine(-n) de una manera y no de otra, u obre(-n) en una dirección concreta”. (Fuentes y Alcaide, 2007, p. 9). Este aspecto se encuentra intrínsecamente conectado con el acto de comunicar. En algunos casos puede ser ambiguo; esto ocurre en afirmaciones del tipo “*La casa es grande*”, oración que carece de la intencionalidad de convencer. En otras palabras, la intención argumentativa no siempre es evidente, por lo que deberíamos denominar que algo es “argumentativo” sólo cuando se explicita la intención de orientar al interlocutor o receptor. (Fuentes y Alcaide, 2007).

Por otra parte, para Fuentes y Alcaide (2007), la “argumentación” consiste en un proceso de naturaleza relacional que permite conectar los enunciados llamados argumentos, para derivar una(s) afirmación(es) denominada(s) “conclusión(es)”. Es decir, “argumentar” es la acción de elaborar argumentos y sus conexiones; y “argumentación” es el proceso que vincula los argumentos, sus conexiones y su convergencia hacia la conclusión que se busca obtener. En esta misma postura, se destaca la finalidad perlocutiva (convencer o persuadir) de la argumentación, pues se busca convencer al interlocutor de la validez del razonamiento que se expone, a partir de la intencionalidad del hablante, del contexto y del entorno (Fuentes y Alcaide, 2007). La característica de “convencer” coincide con las posturas de Perelman y Olbrechts-Tyteca (1989), Grootendorst y Eemeren (2004), y Lo Cascio (1998).

## 2.2 Argumentación en educación matemática

Los diferentes posicionamientos de la argumentación en otras disciplinas son relevantes para la educación matemática, puesto que han sido adaptados o utilizados en las investigaciones de esta área de conocimiento, a fin de estudiar la argumentación y la relación entre la argumentación y la prueba. En particular, existe una predominancia en el uso del modelo de Toulmin, para organizar un argumento producido entre la persona docente y el estudiantado, en una discusión o interacciones en las clases de matemática. (v.gr. Francisco, 2024; Krummheuer, 1995; Solar y Deulofeu, 2016). La practicidad de este modelo radica en la identificación de los usos de distintas afirmaciones o proposiciones, utilizadas en las clases de matemáticas, las cuales posibilitan el acceso a patrones de interacción en el aula (v.gr. Solar Bezmalinovic et al., 2022), así como a distintos gestos docentes que aportan a las partes de un argumento (v.gr. Conner et al., 2014).

Por otro lado, la definición de Grootendorst y Eemeren (2004) también ha sido asumida en diversos estudios (v.gr. Ayalon y Even, 2016; Solar Bezmalinovic et al., 2022). Esta

definición caracteriza la “argumentación” en clases de matemática como un espacio donde se intercambian ideas alternativas, las cuales se reflexionan y evalúan en una manera crítica. (Ayalon y Nama, 2023). Al caracterizar la argumentación como una actividad verbal, donde existe una confrontación de ideas, se puede identificar que las personas participantes manifiestan las razones que permiten justificar, convencer, refutar o reflexionar sobre lo que se discute (Solar Bezmalinovic et al., 2022). Particularmente, Krummheuer (1995) subraya que durante la actividad argumentativa en clases de matemáticas, las personas participantes, intencionalmente, comunican el razonamiento empleado en el transcurso o al final de la solución de un problema. Adicionalmente, agrega que la argumentación se ejecuta cuando la proposición del participante es cuestionada o puesta en duda. Para Wood (1999) y Staples y Newton (2016), durante la actividad argumentativa no se determina solamente la veracidad de una proposición, sino que, además, se habilitan espacios para profundizar en distintos conceptos matemáticos, lo que justamente sucede cuando se reta al participante o se le solicita una justificación.

Respecto de la educación en matemática, la *Enciclopedia de educación matemática* define la argumentación como los argumentos matemáticos producidos en clases de matemáticas entre el estudiantado y la persona docente (Sriraman y Umland, 2020). Estos argumentos se caracterizan por su intención de mostrar o explicar por qué un resultado o proposición es verdadera. En este sentido, Staples y Conner (2022) resaltan que la argumentación en educación matemática está caracterizada por las consideraciones de la audiencia y sus propósitos. Para Fukawa-Connelly y Silverman (2015), en la argumentación se utilizan definiciones y resultados previamente establecidos, a fin de formular conjeturas y determinar o explorar su veracidad. Nótese que esta definición agrega *producir y evaluar conjeturas*, además presupone la existencia de un lenguaje compartido. En la literatura, se reconoce la existencia de reglas socio-matemáticas que regulan las interacciones en el aula de matemáticas, puesto que indican lo que es matemáticamente aceptable como una justificación y una explicación. (Yackel y Cobb, 1996).

Como se ha evidenciado en los apartados anteriores, no existe un consenso en la definición de argumentación en educación matemática (Ríos-Cuesta, 2021), y lo que se incluye podría variar, según la persona autora. En esta investigación, se entenderá la argumentación como un proceso discursivo en el cual surgen o se producen argumentos con la intención de convencerse o persuadirse a uno mismo o a otros, mediante códigos lingüísticos y un

conocimiento compartido. Estas características respaldan la definición de la argumentación, en tanto constituye un proceso sociocultural, tal como lo establecen Molina et al. (2024). Coincidimos con estos autores en que, en la argumentación, se aumenta o disminuye la adhesión de un punto de vista, y se busca determinar la veracidad de una idea en la que se presenta una serie de justificaciones que sostienen o refutan un punto de vista.

Finalmente, se asume que un argumento es una expresión discursiva oral, gestual o escrita que indica las razones por las cuales se justifica o refuta una postura o proposición. En concordancia con Krummheuer (1995) y Fuentes y Alcaide (2007), el argumento es parte del producto generado en la argumentación y, a la vez, es parte de una argumentación más compleja que moviliza uno o varios argumentos.

### **2.3 Argumentación y demostración en educación matemática**

La literatura existente, en cuanto a educación matemática identifica una diversidad de posturas sobre la relación de la “argumentación” y la “demostración” (v.gr. Boero et al., 2010; Duval, 1999). Al respecto, para Pedemonte (2007, existe una unidad cognitiva entre la argumentación y la demostración, debido a que comparten algunas características funcionales, tales como convencer y brindar justificaciones racionales. Asimismo, Balacheff (2024) propone conceptualizar la argumentación matemática como un precursor del aprendizaje de la demostración matemática, por cuanto la primera busca establecer una verdad. En contraste, para Duval y de Strasbourg (1992), el canal de desarrollo de una argumentación, o sea, el lenguaje natural, así como el requerimiento de un convencimiento del significado de las proposiciones, basado en el conocimiento del sujeto, no favorecen una transición natural hacia la demostración.

Dada la inexistencia de un consenso acerca de la relación entre la “argumentación” y la “demostración” en las investigaciones en educación matemática (Stylianides et al., 2016), y de acuerdo con la definición de argumentación asumida, las autoras de este trabajo consideran que la “demostración” es un tipo de “argumentación”. (Boero et al., 2010). Se reconoce que, en la actividad argumentativa, en una clase de matemáticas, se puede operacionalizar una serie de técnicas discursivas que no necesariamente utilizan contenido matemático, además, los argumentos obtenidos pueden variar en su naturaleza. (Sriraman y Umland, 2020) y no necesariamente ser del tipo lógico-deductivo (Douek, 1998).

Considerado como producto, la “prueba” es un tipo de argumento. Para que un “argumento” sea considerado una “prueba”, en este artículo, las autoras asumen la postura de Stylianides et al. (2016), los cuales establecen dos criterios: (1) el argumento debe utilizar proposiciones verdaderas y formas válidas de razonar y representar o expresar (reguladas por la comunidad matemática en sus diferentes campos; por ejemplo, se sigue lo que estipula la teoría de conjuntos como verdadero o apropiado), y (2) el argumento debe utilizar formas de razonar y representar o expresar, que son aceptadas, y adecuarse al nivel educativo de las personas estudiantes en una institución. Esta definición es lo suficientemente flexible para describir la demostración, desde la educación matemática en distintos niveles educativos (Stylianides et al., 2016); incluye el concebir la prueba como un argumento lógico-deductivo, y considerar las condiciones y convenciones sociales, comprendidas para la determinación de la veracidad de una proposición en una comunidad. En este sentido, esta postura se encuentra alineada con la definición de la argumentación como una actividad sociocultural, regulada por códigos lingüísticos y un conocimiento compartido, en la cual, particularmente, la demostración y la validez del argumento la dictan la matemática como disciplina científica y la comunidad educativa donde ésta se sitúa.

### **3. Metodología**

#### **3.1 Enfoque**

Este estudio utilizó un enfoque cualitativo de investigación, pues analiza documentos, considerados fuentes de información (Merriam y Tisdell, 2016), a fin de ofrecer un análisis profundo y descriptivo de los fenómenos. (Neuman, 2014). Se trata de un estudio exploratorio, puesto que se requiere determinar los lineamientos metodológicos relacionados con la “argumentación” del MEP (2012, 2015). Estos lineamientos no se han determinado previamente, por cuanto se trata de un problema nuevo, y se los requiere antes de analizar su coherencia teórica (Hernández-Sampieri y Mendoza, 2018). Éste se trata de un estudio descriptivo (Hernández-Sampieri y Mendoza, 2018), puesto que se determinan, describen y analizan los lineamientos metodológicos que posibilitan posicionar y operacionalizar la argumentación matemática en las aulas de la secundaria costarricense.

### 3.2 Unidad de análisis

Para esta investigación, se estudiaron dos documentos vigentes: los *Programas de Estudio de Matemática* (MEP, 2012) y la *Transformación Curricular* (MEP, 2015). Este último fue tomado en consideración, puesto que se trata de un documento oficial, el cual precisa la visión de la ciudadanía costarricense formada en los centros educativos de Costa Rica. En cada uno de los documentos, el análisis se centró en identificar cómo se define y propone la actividad argumentativa en el aula, en particular la de matemática. Asimismo, se utilizó de forma secundaria el referente teórico que el MEP (2012) cita: el marco conceptual en matemáticas de Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (OCDE - 2010).

### 3.3 Técnica de recolección de datos

Los dos documentos consultados son de carácter público. Previamente a la revisión de cada uno, las investigadoras establecieron un conjunto de preguntas orientadoras con el fin de iniciar la exploración del *PEM*. Algunas de las preguntas fueron las siguientes: ¿Cómo se entiende argumentar, argumentación, argumento? y ¿cuáles son las indicaciones precisas sobre la promoción de la argumentación, en general y en específico, en cada área de la matemática? En un primer acercamiento, se utilizó la función “buscar” en los tres documentos digitales, para ello se emplearon palabras claves, tales como “argumentar”, “argumentación”, “argumento”, “justificar”, “justificación”, “conjeturar” y “conjetura”. Esto se realizó con la intención de ubicar extractos que facilitaran la sistematización de la búsqueda, para luego, revisar más detalladamente. En el *PEM* (MEP, 2012), se descartaron aquellos extractos donde no se utilizaban estas palabras como proceso matemático o vinculadas con éste. Vale destacar que se identificó el uso de la palabra “conjetura” como contenido de probabilidad, y no como un lineamiento sobre argumentación vinculado con el establecimiento de conjeturas. Esta investigación no pretende estudiar las directrices vinculadas con la demostración matemática; no obstante, en los resultados se menciona, debido a la relación establecida con la argumentación en el *PEM*, al ser asumida, en ciertos casos, como un medio para alcanzar la demostración.

Cuando se respondía a las preguntas orientadoras, el *PEM* hacía referencia a la OCDE (2010) en distintas definiciones, lo cual llevó a explorar el marco de *PISA* (por sus siglas en inglés: *Programme for International Student Assessment* -Programa para la Evaluación

Internacional de Estudiantes-), en particular, desde la definición de competencias matemáticas, entre ellas razonar y argumentar. Asimismo, el currículum contempla otros elementos más allá de los contenidos matemáticos y las habilidades que éste pretende enseñar; por ello, se consideró necesario analizar la *Política Curricular* (a la cual llamaremos *Transformación Curricular* (MEP, 2015)). Si bien, esta entró en rigor en el 2016, posteriormente a la publicación de los *PEM*, en el 2012, es una fuente de información para este estudio, por el carácter vinculante que posee a nivel nacional.

### 3.4 Procesamiento del análisis

El procesamiento de los datos obtenidos, extraídos de los documentos anteriores, se ejecutó en distintas etapas. En primer lugar, cada investigadora exploró, separadamente, sin emplear un *software* para procesar la información. Se respondieron las preguntas orientadoras utilizando las citas textuales de donde provienen los datos, esto con el fin de favorecer la credibilidad de los datos obtenidos. Seguidamente, se efectuó un intercambio de la información obtenida entre investigadoras, esta fue otra medida aplicada, a fin de aumentar la confiabilidad de los datos y poder conducir el análisis respectivo. (Merriam y Tisdell, 2016). Como resultado de esta etapa, se elaboraron tablas que resumen las indicaciones ministeriales. En la misma línea, se triangularon los datos en dos sentidos: primero, se utilizaron tres distintas fuentes de información, donde se buscaron las relaciones entre ellas; y en segundo lugar, cada investigadora analizó los datos, los cuales fueron discutidos posteriormente.

De los tres documentos analizados, el *PEM* (MEP, 2012) es el que contiene más información -de diferente naturaleza- sobre el proceso de “argumentación”; esto debido a las conexiones directas que se establecen con los contenidos matemáticos por enseñar. En este documento en particular, se identificaron categorías de información, que se tabularon de acuerdo con cada contenido matemático asociado al proceso de argumentación (ver Anexo 1); éstas se dividieron por áreas, así: Geometría, Números, Relaciones y Álgebra, Estadística y Probabilidad. Las categorías fueron creadas de acuerdo con tres tipos de lineamientos, según se presentaban en el programa. Si la indicación se originaba en las generalidades del programa, se ubicó como un lineamiento general; si la indicación se vinculaba con un contenido y habilidades particulares del programa, se consideró un lineamiento de conocimientos y habilidades específicas. Finalmente, si la indicación provenía de la sección metodológica del programa, se categorizó como lineamiento metodológico.

Con el fin de posicionar y precisar los lineamientos encontrados, surgieron subcategorías, a saber: la orientación general (OG), el proceso de justificación (J), y el problema / ejercicio (P). Conviene destacar que se identificaron lineamientos del tipo metodológico con orientaciones generales (OG), y otros, vinculados con la resolución de problemas (P), provistos de ejemplos específicos. Con base en la investigación realizada, en el siguiente apartado se presenta un conjunto de resultados.

## 4. Resultados

### 4.1 Habilidad argumentar en la Transformación Curricular para el III y IV Ciclo

La *Fundamentación Pedagógica de la Transformación Curricular* (MEP, 2015) establece la visión de ciudadano y ciudadana que ha de fomentarse desde los centros educativos, y engloba las orientaciones macro del perfil de salida de la persona egresada del sistema educativo costarricense; es decir, es un documento de alcance nacional que impacta las formaciones en cada asignatura. Como se indicó anteriormente, la actual política curricular entró en vigor en el 2015, dos años después de haber iniciado los cinco años de transición para llegar a implementar el *PEM* (MEP, 2012) en todos los niveles. Esto implica que los programas no fueron elaborados en el marco de la *Transformación Curricular: Educar para la nueva ciudadanía*. No obstante, como política vigente en Costa Rica, debe ser un referente vinculante en las prácticas educativas.

La *Transformación Curricular* está cimentada en tres pilares: “la ciudadanía para el desarrollo sostenible, la ciudadanía virtual con equidad social y la ciudadanía planetaria con identidad nacional”. (MEP, 2015, p. 14). Estos fundamentos se integran en las prácticas educativas mediante un conjunto de habilidades sistematizadas en cuatro categorías o dimensiones, orientadoras del currículo: “maneras de pensar, formas de vivir en el mundo, herramientas para integrarse al mundo y formas de relacionarse con otros”. (p. 29, ver Figura 1). Las habilidades se precisan por medio de indicadores, los cuales, a su vez, definen el perfil de salida del estudiantado egresado del sistema educativo costarricense.

**Figura 1**  
*Componentes incorporados en la Educación para una Nueva Ciudadanía*  
**DIMENSIONES Y HABILIDADES**



**Fuente:** Adaptado de Fundamentación Pedagógica de la Transformación Curricular. Educar para una Nueva Ciudadanía (p. 30), por MEP, 2015.

Puesto que el objetivo de esta investigación es analizar las directrices relacionadas con la promoción de la habilidad “argumentar” en la formación matemática, se aludirá sólo a las dimensiones que incluyen habilidades asociadas con la capacidad de argumentar, mediante lo cual se pretende identificar, desde la política curricular, rutas que favorezcan el desarrollo de tal destreza.

En tres de las cuatro dimensiones presentadas en la Figura 1, se reconocen habilidades asociadas directamente con “argumentar” o “argumentación”; es decir, explícitamente se pretende que el estudiantado elabore argumentos. Aunque en la mayoría de los casos, esta intención requiere de mayor interacción entre las y los participantes. Para las autoras el enunciado del indicador que solicita externar un posicionamiento fundamentado promueve la habilidad de argumentar; además, bajo esta premisa, son identificados en la *Transformación Curricular*. Antes de precisar los indicadores reconocidos, es vital puntualizar que todos los indicadores se apoyan a sí mismos, lo cual facilita el desarrollo de habilidades. De los 40 indicadores presentes en la *Transformación Curricular* se han determinado 9, directamente asociados con la promoción de “argumentar”, ubicados en 3 dimensiones (ver Tabla 1).

**Tabla 1**

*Dimensiones, habilidades, indicadores y elementos del perfil de salida del estudiantado de III y IV Ciclo vinculados con argumentar.*

<i>Dim.</i>	<i>Habilidades</i>	<i>Indicadores</i>	<i>Elementos del perfil de III y IV ciclo</i>
Maneras de pensar	Pensamiento crítico	<b>Evalúa los supuestos y los propósitos</b> de los razonamientos que explican los problemas y preguntas vitales.	1. Verifica que los datos o ejemplos sean los más exactos y precisos para ser utilizados en un razonamiento. 2. Analiza desde cuáles evidencias o creencias parte una persona para responder a una situación problemática.
		<b>Fundamenta su pensamiento con precisión, evidencia</b> enunciados, gráficas y preguntas, entre otros.	3. Interpreta en manera precisa, en su cultura cotidiana, enunciados, gráficos, símbolos, signos y preguntas, entre otros.
		<b>Infiere los argumentos</b> y las ideas principales, así como los pros y los contras de diversos puntos de vista.	4. Profundiza en el significado de conceptos clave para el entendimiento de una argumentación. 5. Analiza los diversos argumentos sobre un tema, a partir de sus implicaciones y consecuencias prácticas.
	Resolución de problemas	<b>Formula preguntas significativas que aclaran varios puntos de vista</b> para la mejor comprensión de un problema.	6. Analiza un problema a partir de lo conocido y de la necesidad de encontrar información adicional. 7. Enfoca un problema desde varias perspectivas, a partir de preguntas que debe responder con una investigación.
		Analiza la <b>información disponible para generar alternativas</b> que aplican en la resolución de problemas para la solución de situaciones de la vida cotidiana.	8. Organiza los conocimientos, los recursos y las actividades en forma conveniente para llegar a una solución. 9. Justifica las alternativas seleccionadas a partir de principios o conceptos aprendidos.
		<b>Evalúa los intentos de solución</b> y monitorea su eficacia y viabilidad según el contexto.	10. Determina la eficacia y la viabilidad de lo hecho, con el fin de ajustarlo al contexto. 11. Formula un nivel de logro de una alternativa de acuerdo con su impacto en la solución de un problema.

Formas de relacionarse con otros	<b>Colaboración</b>	<b>Negocia con otros</b> para llegar a un acuerdo común a <b>partir de diferentes criterios</b> o posiciones.	<b>12.</b> Extrae de las diferentes posiciones, las convergencias y las divergencias con el fin de llegar a acuerdos. <b>13.</b> Formula objetivos grupales inclusivos a partir de las ideas de las y los demás compañeros sobre los contenidos de aprendizaje.
Herramientas para integrarse al mundo	Manejo de la información	<b>Evalúa y compara la veracidad de la información</b> obtenida de distintas fuentes, y por diferentes medios.	<b>14.</b> Compara la calidad de la variedad de información disponible a partir de criterios establecidos. <b>15.</b> Soluciona las ambigüedades en la información a partir de la diversidad de fuentes y medios disponibles.
		<b>Evalúa la manera en que pueden influenciar los medios</b> , las creencias y los comportamientos en la vida cotidiana.	<b>16.</b> Interpreta de forma crítica los mensajes de los medios de comunicación en relación con temas que forman la opinión pública.

**Fuente:** Elaboración propia, adaptada de la *Transformación Curricular* MEP (2015). El resaltado en negrita es nuestro, 2024.

Lo resaltado en la Tabla 1 corresponde a los comportamientos que favorecen explícitamente el argumentar. Vale desatacar que se utilizaron referentes para sustentar una posición o una acción, propias o de otras personas. Esto permitió determinar los indicadores y establecer un valor de forma justificada (Duval, 1999), en los cuales se evalúa la información, los desempeños y, además, se infieren los pros y los contras. Asimismo, se identificó cuando alguna o algún participante del intercambio declaró su posición sobre un tema (Fuentes y Alcaide, 2007), para lo cual fundamenta su pensamiento, analiza posibles alternativas, formula preguntas aclaratorias y negocia con base en un criterio.

Es importante enfatizar que, para alcanzar un perfil, como el expuesto en la Tabla 1, la *Transformación Curricular* ha de implementarse, articulada y dosificadamente, en las asignaturas curriculares. El objetivo de los perfiles de cada ciclo educativo es orientar la implementación de las actividades escolares que promuevan los indicadores establecidos. En la última columna de la Tabla 1, se presentan los elementos de los indicadores de “argumentación”, específicamente para el Tercer Ciclo de Educación General Básica y el Diversificado.

Los primeros cinco rasgos del perfil, ubicados en la cuarta columna de la Tabla 1, corresponden a la habilidad “pensamiento crítico”, los cuales apuntan a la necesidad de buscar la información de referencia necesaria para argumentar. No es suficiente destacar un dato para usarlo como soporte de una posición; se debe verificar su exactitud, significado y precisión, dentro de la cultura. Esto subraya la necesidad de indagar en diferentes formas de información, a fin de emplearla para argumentar. Es decir, no basta con movilizar un dato y emplearlo para sustentar una posición; debe verificarse su exactitud, su significado o su precisión en la cultura de las y los interactuantes; esto por cuanto, se busca la aceptación de las personas participantes. (Perelman y Olbrechts-Tyteca, 1989). Además, se solicita el análisis de las respuestas o argumentos, y las consecuencias que éstos generen en las prácticas. Así, se enfatiza tanto la información de referencia, base de una posición, como sus implicaciones en contextos determinados.

Los rasgos del perfil del 6 al 11, en la Tabla 1, muestran cómo el estudiantado debe aplicar las habilidades asociadas con “argumentar” en los procesos de resolución de problemas. Las seis acciones se caracterizan por tomar en cuenta una referencia u orientación específica en función de la cual debe realizarse una tarea. Es decir, se sigue un procedimiento en la siguiente secuencia: se analiza un problema de acuerdo con lo conocido; se enfoca un problema, según las preguntas por resolver; se organizan los conocimientos, los recursos y las actividades de acuerdo con la solución buscada; se justifican alternativas con los conceptos aprendidos; se determina la eficacia y la viabilidad de lo realizado, para asegurar que se ajusta al contexto; y, finalmente, se formula un nivel de logro de acuerdo con el impacto. Desarrollar la capacidad de explicitar por qué el trabajo realizado está vinculado u orientado por determinada consigna, favorece la habilidad de argumentar, puesto que se está incluyendo a quienes participan y las intenciones (Staples y Conner, 2022), al tiempo que se identifican los tipos de causalidades o vínculos, y las relaciones usuales en la construcción de un discurso justificador.

Los rasgos 12 y 13 del perfil corresponden a la habilidad de “colaboración”; ésta demanda un acuerdo o visión común con base en diversas ideas o posiciones; para ello, es necesario identificar, contrastar y seleccionar o construir una propuesta común. Estas acciones son típicamente demandadas al elaborar una argumentación, en las cuales se implementan técnicas discursivas hasta obtener una solución o propuesta consensuada (Krummheuer, 1995). Además, se destaca el vínculo con argumentar, al precisar las razones de la pertinencia

de lo propuesto para todo un colectivo. Particularmente, el vínculo con la argumentación radica en la pertinencia del intercambio, en el sentido de que cada participante sabe cuándo y cómo participar (Wood, 1999).

Por último, los últimos tres rasgos del perfil (ver última columna de la Tabla 1) corresponden a la dimensión “manejo de la información”; éstos explicitan el empleo de criterios o fuentes para realizar una acción (se compara a partir de criterios, se interpreta de forma crítica, se solucionan ambigüedades con base en fuentes). Respaldar las acciones con teoría o prácticas de referencia forma parte de la dinámica propia en los procesos de argumentar. En este sentido, la argumentación es una práctica situada que contempla el conocimiento previo y los acuerdos establecidos en una institución, a fin de construir argumentos viables. (Rumsey et al., 2022).

La nueva ciudadanía busca formar “seres humanos libres, autónomos, críticos y autocríticos, con un desarrollo integral, orientados hacia sí mismos y hacia la sociedad, hacia lo local y hacia lo planetario”. (MEP, 2015, p.3). Nueve de los indicadores asociados a estas habilidades evidenciaron un vínculo estrecho con argumentar. Las dimensiones de estos indicadores señalan que la actividad argumentativa constituye un proceso sociocultural (Molina et al., 2024). Los perfiles del estudiantado de secundaria operacionalizan rutas para promover esta habilidad en las diferentes asignaturas, particularmente en matemática. Las habilidades identificadas por el MEP (2015) coinciden con lo reportado en la literatura de argumentación (v.gr. Arriagada y Osorio, 2019; De Gamboa et al., 2010), donde el objetivo es formar personas dotadas de pensamiento crítico y reflexivo. Las posibilidades de implementación de la *Transformación Curricular* deben ofrecerse en los programas de estudio de esta disciplina.

## 4.2 Argumentar desde el fundamento de los PEM del MEP (2012)

### 4.2.1 Razonar y Argumentar como proceso matemático

En Costa Rica, la estrategia del *PEM* es desarrollar una competencia matemática general, en lugar de desarrollar competencias específicas (MEP, 2012). El MEP define la competencia matemática general como “la capacidad de los alumnos para aplicar conocimiento y habilidades, y para analizar, razonar y comunicarse con eficacia cuando plantean, resuelven e interpretan problemas relacionados con distintas situaciones”. (p. 23). El desarrollo de la competencia matemática se logra a través de la activación de procesos matemáticos, entendidos como actividades cognitivas, transversales “que realizan las

personas en las distintas áreas matemáticas y que se asocian a capacidades para la comprensión y uso de los conocimientos”. (p. 24). Razonar y argumentar constituyen uno de los cinco procesos matemáticos propuestos, los demás son plantear y resolver problemas, conectar, representar y comunicar.

De forma más específica, el MEP (2012) establece el proceso de razonar y argumentar; al respecto señala lo siguiente:

Se trata de actividades mentales que aparecen transversalmente en todas las áreas del plan de estudios y que desencadenan formas típicas del pensamiento matemático: deducción, inducción, comparación analítica, generalización, justificaciones, pruebas, uso de ejemplos y contraejemplos. Busca desarrollar capacidades para permitir la comprensión de lo que es una justificación o prueba en matemática, para desarrollar y discutir argumentaciones matemáticas, para formular y analizar conjeturas matemáticas, para usar fórmulas o métodos matemáticos que permitan la comprensión o desarrollo de informaciones presentes. (p. 24)

Del texto anterior, se infiere que argumentar se caracteriza por cuatro acciones articuladas: (1) comprender una justificación o prueba, (2) desarrollar y discutir argumentaciones, (3) formular y analizar conjeturas, y (4) usar fórmulas o métodos. Ahora bien, una argumentación podría movilizar diversos recursos discursivos que activarán “formas típicas del pensamiento matemático” (p. 54). Así, algunas de las acciones cognitivas enunciadas al inicio de la cita anterior tendrían lugar al argumentar. (Krummheuer, 1995; Styliandes et al., 2016).

La relevancia del proceso razonar y argumentar es explícita en MEP (2012): “Es difícil plantear las Matemáticas separadas del razonamiento y la argumentación matemática” (p. 26), “la justificación y prueba son parte esencial de los quehaceres matemáticos y por lo tanto deben ocupar un lugar especial en la formación escolar”. (p. 56). Es decir, necesariamente estará vinculado con acciones propias de la actividad matemática y rasgos específicos del razonamiento matemático, como los enunciados anteriormente: deducción, inducción, comparación analítica, generalización, justificaciones, pruebas, uso de ejemplos y contraejemplos. (Da Ponte et al., 2023).

#### 4.2.2 La argumentación desde los ejes disciplinares del Programa

Los ejes disciplinares transversales específicos para las matemáticas son prioritarios en el *PEM*, pues subrayan ciertas dimensiones curriculares para que sean activadas en cada área de estudio. En la presentación respecto del *PEM*, es escasa la referencia directa a “argumentar”; no obstante, es posible establecer acercamientos. Primeramente, los ejes de resolución de problemas y contextualización activa son una plataforma para la operacionalización de los elementos del 6 al 11 del perfil de salida, ubicados en la cuarta columna de la Tabla 1, y establecidos en la *Transformación Curricular*. Se enfatiza que para resolver problemas en contextos reales se deben tomar decisiones para las cuales se requiere cierto grado de convencimiento, el cual se obtiene al argumentar.

Luego, el eje de las tecnologías se vincula con argumentar en diferentes maneras. Primero, algunos usos de las tecnologías favorecen la visualización de elementos que se suman a los discursos justificativos y explicativos elaborados al argumentar, así como a los procesos de conjetura. Segundo, la incorporación de la tecnología ha “favorecido métodos cooperativos en el aula y fuera de ella, construyendo espacios virtuales de comunicación y de interacción”. (MEP, 2012, p. 37). Estos espacios favorecen la operacionalización de los rasgos 12 y 13 del perfil de salida de secundaria en la Tabla 1. Tercero, en la misma línea, al ser la argumentación una actividad social y verbal (Grootendorst y Eemeren, 2004), la creación de espacios de interacción y la necesidad de plantear a otros sus propias propuestas, somete al estudiantado a recibir cuestionamientos sobre su pertinencia, validez o viabilidad; con ello, surge la posibilidad de solicitar justificaciones o razones a favor de sus respuestas.

En el aprendizaje son determinantes las dimensiones afectivas, de ahí la incorporación del eje actitudes y creencias. Efectivamente, favorecer las actitudes positivas hacia las matemáticas aumenta la posibilidad de lograr asumir con éxito tareas matemáticas, como aquellas vinculadas con argumentar. Actitudes como la perseverancia facilitan la inversión de tiempo para procurar la resolución de un problema. Durante ese periodo, “se entrena la mente, se repasa teoría, se exploran alternativas fallidas y se aprende sobre los límites de los métodos”. (MEP, 2012, p. 62). Estas actividades fortalecen la intervención del estudiantado al evaluar argumentos y proponer los propios. Para favorecer la participación activa y colaborativa, se sugiere el trabajo en grupo y, en particular, concluirlo con exposiciones orales, puesto que estas exposiciones “permiten desafíos, obligan a afinar y reforzar argumentos”. (MEP, 2012, p. 64). No obstante, la investigación realizada por Solar Bezmanlinovic et al.

(2022) documenta que aún es necesario reforzar las prácticas pedagógicas donde el estudiantado asuma un papel autónomo en los intercambios discursivos; resto es así por cuanto es baja su frecuencia en las aulas.

Por último, las sugerencias de uso de la historia de las matemáticas están explícitamente vinculadas con probar un resultado matemático. Así, se identificaron indicaciones metodológicas que lo sugieren:

cuando se compara el esquema deductivo de los Elementos de Euclides con el uso de recursos intuitivos y heurísticos con en el Método de Arquímedes (donde usa medios de física e ingeniería). Aquí habría oportunidad para mostrar el sentido de lo que es y lo que no es una prueba matemática. (MEP, 2012, p. 64)

Además, se fomenta una “comparación multicultural, por ejemplo, de varias pruebas sobre un mismo resultado (podría ser el teorema de Pitágoras en Euclides o en la civilización china”. (p. 67).

De manera que el *PEM* establece un vínculo entre la demostración y la argumentación, y relaciona ambas capacidades con la historia del conocimiento matemático, además de destacar la importancia de construir pruebas para validar un conocimiento desde la disciplina. Nótese que es una sugerencia explícita la utilización de la historia de la matemática para definirle al estudiantado las características de una prueba matemática. También, el *PEM* sugiere el uso de la historia para dramatizar discusiones matemáticas. Este recurso implicaría exponer las razones que respaldan las diferentes posturas en una discusión, y con ello, recrear una argumentación.

### **4.3 La argumentación en las áreas matemáticas de los Programas de Estudio de Matemática del MEP (2012) para el III Ciclo y el Ciclo Diversificado**

En el III Ciclo de la Educación General Básica (estudiantes de 13 a 15 años) y en el Ciclo Diversificado (estudiantes de 16 y 17 años), se desarrollan las áreas de Números, Geometría, Relaciones y Álgebra, así como Estadística y Probabilidad. Para cada una, por ciclo, se presentan tres tipos de lineamientos: 1) Generales, expuestos en el cuerpo de una sección introductoria, 2) Tablas de *Conocimientos, habilidades e indicaciones puntuales* (para séptimo, octavo y noveno, que conforman III Ciclo; y décimo y undécimo, ubicados en el Ciclo Diversificado), y 3) Metodológicos, para algunos niveles educativos. A lo largo de estas

secciones se destacan referencias sobre “argumentar” o “argumentación” en las cuatro áreas matemáticas. Estas se ofrecen como una orientación general, un problema o ejercicio específico que se sugiere desarrollar en el aula, o ejemplos de procesos de justificación, vinculados con un conocimiento matemático en particular. En el Anexo 1 se resume el registro exhaustivo de las referencias identificadas.

Respecto del área de Geometría, en los lineamientos generales del III Ciclo, se especifica que “se fortalecerá el proceso de razonar y argumentar en un nivel básico. Las y los estudiantes podrán respaldar sus razonamientos y conclusiones con argumentos matemáticos válidos y podrán hacer algunas demostraciones sencillas”. (MEP, 2012, p. 302). En esta área, los lineamientos asociados con “argumentar” están distribuidos en los tres tipos mencionados en el párrafo anterior, y dirigidos a 7°, 8° y 10°, los cuales tratan sobre: Triángulos (7°, desigualdad triangular, ángulos internos; 8°, semejanza y congruencia), Cuadriláteros (7°, áreas), Geometría Analítica (7°, representación de figuras), y Polígonos (10°).

Algunos rasgos sobresalen de estas orientaciones. En primer lugar, se proponen tareas específicas, cuya gestión en el aula permite favorecer procesos de argumentación. Para Geometría, se sugieren dos tareas con contexto extramatemático, la siguiente es una de ellas:

En la casa de Cristian, luego de una remodelación sobraron cuatro pedazos de cerca de 3,8m; 4,3m; 7,3m y 8,1m. Cristian desea utilizar ese material que sobró para hacer una cerca triangular para su perro Colitas, pero no sabe cuáles tres pedazos escoger para formar un triángulo. Intente ayudarlo (...) ¿Por qué algunas sirven y otras no? (...). Con este tipo de problemas se busca (...) enfatizar en el proceso de razonar y argumentar. (p. 304)

Asimismo, se identificaron ocho tareas con contexto intramatemático (ver Anexo 1). Estas precisiones del *PEM* contribuyen a la dimensión *Maneras de pensar* de la *Transformación Curricular*, en particular, la “habilidad de plantear y analizar problemas para generar alternativas de soluciones eficaces y viables”, para ello, se utilizará el conocimiento geométrico.

En segundo lugar, para Cuadriláteros (7°), Triángulos (8°) y Polígonos (10°) se propone, explícitamente, que las personas estudiantes formulen conjeturas, cuyo establecimiento se derive de procesos de argumentación; por ejemplo:

La siguiente actividad puede realizarse utilizando *software* de geometría dinámica. Permite establecer una conjetura y discutirse posteriormente su demostración. Con ayuda de un *software* de geometría dinámica, se les solicita: a) Dibuje un triángulo de medidas 3, 4, 5. b) Por cada vértice trace una paralela al lado opuesto. c) Verifique que el triángulo formado por los puntos de intersección de estas rectas es semejante al triángulo inicial. (...) f) ¿Se conserva la semejanza, siempre o en algunos casos? (...). g) Pruebe la semejanza en los casos en que se dé. (pp. 322)

Para cada uno de los cinco lineamientos ofrecidos, se sugiere que las conjeturas se deriven del uso de algún *software* de geometría dinámica; es decir, una herramienta que permita tanto construir como manipular las figuras, de manera que sea posible establecer regularidades en los objetos y sus relaciones. Para décimo año, esta consigna se incorpora en una habilidad específica vinculada con polígonos, en tanto que las personas estudiantes deben “utilizar software de geometría dinámica para estudiar propiedades y realizar conjeturas sobre las figuras geométricas”. (MEP, 2012, p. 392).

Los procesos derivados del establecimiento de conjeturas y, sobre todo, de los momentos de defensa pública de las hipótesis, son propicios para fortalecer el pensamiento crítico (Boero et al., 2010), en tanto que posibilitan reconocer los tres indicadores enunciados en la Tabla 1., propuestos en la *Transformación Curricular*. Vale destacar que, de acuerdo con el MEP, una de las acciones vinculadas con la habilidad de argumentar es precisamente formular y analizar conjeturas.

En tercer lugar, para III Ciclo, el *PEM* subraya la necesidad de promover la demostración matemática, proceso estrechamente asociado con la argumentación, según se indicó en la sección 4.2.1. El MEP (2012) establece lo siguiente:

En este ciclo es necesario que las y los estudiantes se familiaricen con el sentido de la demostración en Matemáticas, esto se irá introduciendo paulatinamente a través de los tres años del ciclo. Para ello se harán demostraciones de algunos de los teoremas y se les solicitará la demostración de algunas propiedades de las figuras geométricas. (p.319)

En concordancia con esta indicación, para séptimo año, el teorema: *La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°* debe ser demostrado; de hecho, “es conveniente que la demostración sea realizada por las y los estudiantes”. (MEP, 2012, p. 320). Para octavo

año, las demostraciones están concentradas en el tema de *semejanza y congruencia de triángulos*, a partir de la consigna: “probar que dos triángulos son semejantes con algún criterio de semejanza válido”. (p. 302). Esta directriz general es brindada al inicio del ciclo, y se ejemplifica en el *PEM* al proponer tareas como la anterior, a lo cual se adiciona el siguiente desarrollo, que se espera como una demostración para este tema.

Si D, E y F son los puntos medios de los lados del triángulo ABC y AEFD es un rectángulo, encuentre un triángulo semejante al triángulo ABC y un triángulo congruente al triángulo DEF (p. 312). El  $\triangle ABC \sim \triangle ADE$  por criterio lado-ángulo-lado, ya que  $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = 2$  y comparten el ángulo A que mide  $90^\circ$ . El  $\triangle DEF \cong \triangle EDA$  por criterio lado-lado-lado, ya que  $AD=EF$ ,  $AE=DF$  por ser AEFD un rectángulo y comparten el segmento DE (diagonal del rectángulo). (p. 313).

Para noveno año, no se sugiere explícitamente la demostración de algún resultado geométrico, aunque sí “comentar la demostración del teorema de Pitágoras brindada por Euclides”. (p. 316). Para décimo y undécimo año, si bien es cierto que se establecen consignas sobre la demostración, como la ofrecida en las habilidades generales del ciclo: “en este nivel son relevantes los procesos de argumentación y demostración, puesto que se trabaja con mayor grado de formalidad los aspectos conceptuales y algorítmicos”. (p. 385); o lo establecido en las indicaciones metodológicas generales: “Se solicitará a las y los estudiantes algunas demostraciones justificando los pasos seguidos en el proceso”. (p. 400). El *PEM* no precisa tareas o temas específicos para su implementación.

El área de Números, éstos se estudian como conocimientos y habilidades explícitas sólo en III Ciclo. Las directrices relacionadas con “argumentar” se ubican, principalmente, en indicaciones puntuales. De hecho, la orientación identificada en los lineamientos metodológicos se corresponde directamente con una directriz puntual para números irracionales (ver Anexo 1). Para III Ciclo, los lineamientos asociados con “argumentar” se refieren a los siguientes temas: Teoría de Números ( $7^\circ$ , algoritmo de la división); Números naturales ( $7^\circ$ , operaciones combinadas); Operaciones, cálculo y estimaciones; ( $7^\circ$ , multiplicación, raíces;  $8^\circ$ , suma, combinación de operaciones); y Números reales ( $9^\circ$ , números irracionales).

En esta área se sugiere realizar una tarea con contexto extramatemático, como modelo del tipo de problema que “puede ser herramienta que le permita a cada estudiante justificar

procedimientos” (pp. 276). Las otras tareas con contexto intramatemático solicitan explícitamente demostraciones, como “probar que todo número natural es par o es impar” (p.278), y “mostrar que  $\sqrt{3}$  no es un número irracional” (p. 291). También, se establecen afirmaciones para las cuales las personas estudiantes deben argumentar su posición: “¿Son correctas las siguientes igualdades? (p. 284). Según lo identificado, en esta área se solicitan menos procesos demostrativos que en Geometría y se propone una nueva categoría de orientación: formas de justificar algunos resultados o procedimientos. Efectivamente, para el tema de multiplicación de números negativos se sugiere utilizar la noción de número opuesto para justificar el signo que posee el resultado”, de manera que: “ $-3 \cdot -2 = - (3) \cdot -2 = -(-2+-2+-2) = -(-6) = 6$  (MEP, 2012, p. 283). Para la suma de números racionales se espera retomar “la amplificación y simplificación de fracciones para justificar el empleo del mínimo común múltiplo en el desarrollo de estas operaciones: (...)  $\sqrt{-4} = -2$ ,  $\sqrt[3]{-8} = -2\frac{6}{5} + \frac{6}{10} + \frac{1}{3}$ ”. (p. 287)

Los últimos tres ejemplos brindados, para esta área, se vinculan con argumentar, y se espera que las personas estudiantes justifiquen sus acciones matemáticas. Ahora bien, en el *PEM* se emplea de forma análoga “justificar” y “argumentar”. En efecto, en una indicación puntual para el *Teorema de Pitágoras*, en noveno año, se propone: “Dadas las siguientes coordenadas de los vértices de un triángulo A(2,1), B(6,5) y C(9,2), clasifique el triángulo de acuerdo con la medida de sus ángulos y la medida de sus lados. Argumente su respuesta”. (MEP, 2012, p. 317). En términos de la producción de la persona estudiante, ¿existe alguna diferencia si la consigna concluye con la indicación: justifique su respuesta? No parece que fuera así. Además, en esta misma línea de razonamiento, en el área de Estadística y Probabilidad, específicamente en la introducción al III Ciclo se enuncia lo siguiente:

El propósito de la enseñanza en este ciclo es reforzar en las y los estudiantes las habilidades adquiridas en Primaria para identificar e interpretar la información que se genera en el entorno y así tener evidencia que permita resolver un problema y justificar esa respuesta ante la clase. (MEP, 2012, p. 351)

Más adelante, en las indicaciones puntuales sobre *Distribuciones de Frecuencia* para noveno año, se emplea una redacción análoga, y se intercambia la palabra justificar por argumentar; así es consignado: “Por último se desarrolla la argumentación, debido a que la información que proporcionan las representaciones permite argumentar las respuestas a los problemas”. (MEP, 2012, p. 364). De acuerdo con el marco conceptual de este artículo,

conceptualmente “argumentar” y “justificar” no constituyen lo mismo. Al argumentar; es decir, al construir una argumentación, se activa un proceso discursivo, a partir del cual se convence o se persuade a otros, o a uno mismo, de adherirse a una cierta posición (Perelman y Olbrechts-Tyteca, 1989). Este discurso está compuesto de argumentos; algunos de los cuales podrían ser justificaciones: respuestas a la pregunta ¿por qué? Sin embargo, en ocasiones, dependiendo del año escolar y el contexto del estudiantado, la naturaleza de estos argumentos puede estar constituida por descripciones, cálculos, dibujos o gestos (Douek, 1998).

Con respecto al área de Estadística y Probabilidad, se presentan lineamientos asociados a argumentar, éstos son: Recolección de información (7°), El azar (8°, aleatoriedad), Probabilidad (8°, definición clásica), Distribuciones de frecuencia (9°), Frecuencia y Medidas de posición (8°), Probabilidad frecuencial (9°, Ley de los grandes números), y Media aritmética ponderada (10°). La mayoría ofrece tareas matemáticas, excepto una indicación metodológica referida al análisis de problemas sobre situaciones aleatorias, para los cuales se debe “poner en práctica herramientas estadísticas y propiedades de las probabilidades (...) para argumentar las conclusiones” (MEP, 2012, p. 450).

La mayoría de las siete tareas matemáticas sugeridas demandan argumentar con base en el análisis de datos recolectados. Es decir, el tipo de argumentación esperado en esta área es distinto de los mostrados en las anteriores. Véase el siguiente ejemplo:

Considere la siguiente distribución de frecuencias que corresponde a la cantidad de horas extra que trabajaron los empleados de cierta empresa el mes pasado. Determine el número promedio de horas extra por empleado para ese mes.

Distribución de horas extra para los empleados de cierta empresa durante el mes anterior

No. de horas	No. trabajadores	Porcentaje de trabajadores
De 0 a menos de 10	5	8,93
De 10 a menos de 20	14	25,00
De 20 a menos de 30	23	41,07
De 30 a menos de 40	10	17,86
De 40 a 50	4	7,14
Total	56	100

En Estadística y Probabilidad, se presenta una serie de problemas como el anterior, donde cada estudiante debe elegir un modelo que lo ayude a obtener la respuesta de la pregunta planteada. Es fundamental que las y los estudiantes puedan argumentar sólidamente la validez del modelo elegido y las condiciones en las cuales resulta apropiado. (MEP, 2012, p. 434)

Estas demandas en las tareas de Estadística y Probabilidad favorecen la dimensión de la *Política Curricular* denominada: *Manejo de la información*; esto es así por cuanto el

estudiantado “evalúa y compara la veracidad de la información obtenida de distintas fuentes y por diferentes medios” (MEP, 2015, p.37); de esta manera se beneficia la directriz: *Herramientas para integrarse al mundo*.

Finalmente, para el área de Relaciones y Álgebra, el *PEM* no se ofrece sugerencias en términos de tareas matemáticas específicas, promotoras de la argumentación. En su mayoría, se trata de orientaciones generales, según los contenidos identificados, a saber: Sucesiones (7°, Patrones); Expresiones algebraicas (8°, productos notables); Función cuadrática (9°), exponenciales (11°); Funciones (10°, inyectividad, función lineal, composición de funciones); Funciones - Función logarítmica (11°). También, ofrecen recomendaciones sobre procesos de justificación que se deben llevar a cabo en algunas temáticas; esta última categoría es similar a la presentada para el área de Números.

En esta área se retoma el trabajo con conjeturas, y las orientaciones establecen expresiones matemáticas sobre las cuales han de ser formuladas. Efectivamente, para la primera fórmula notable se sugiere: “Un error muy frecuente es hacer  $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ . Es importante asignar suficiente tiempo para potenciar la conjetura y el análisis de las expresiones con distintos valores numéricos” (MEP, 2012, p. 345). Para las ecuaciones lineales y cuadráticas, se espera que el estudiantado establezca conjeturas sobre la influencia de los parámetros en las gráficas de  $y = ax + b$  (p. 411) y  $y = ax^2 + bx + c$  (p. 347). Asimismo, se formulan consignas sobre evaluación, tales como “para las ecuaciones (...) es notable evaluar, además de las soluciones, la interpretación de dichas soluciones (...) eso activa el proceso de *razonar y argumentar*”. (p. 429). Adicionalmente, se describen rasgos del trabajo matemático general para una temática: “se espera que cada estudiante use símbolos matemáticos en sus argumentaciones”. (p. 343). Y finalmente, se brindan algunas consignas de planeamiento, como “Para el trabajo extraclase, se pueden asignar tareas que permitan seguir activando los procesos de *Argumentar* (...) como el análisis de funciones dadas en distintas representaciones”. (p. 428). Por otra parte, las recomendaciones sobre los procesos de justificación resaltan el uso de algún resultado matemático para respaldar otro, por ejemplo:

(...) introduzca la función logaritmo como inversa de la exponencial. Utilice la composición de funciones para justificar esta propiedad. Cada estudiante debe saber que si  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ , entonces  $\log_a y = x$  si y sólo si  $y = a^x$ . Por lo tanto,  $\log_a y$ ,  $y > 0$  es el número al que se debe elevar la base  $a$  para obtener  $y$ . (MEP, 2012, p. 416)

En esta área se retoma la formulación de conjeturas; sin embargo, no se solicitan demostraciones o pruebas como en Geometría o en Números. Se trata, más bien, de identificar patrones y verbalizar su forma general mediante un discurso argumentativo.

## 5. Conclusiones

La argumentación es un proceso que, paulatinamente, ha tomado mayor relevancia en la formación de la ciudadanía, en diversos currículos del mundo, debido a que favorece el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo (De Gamboa et al., 2010), y también, por su vínculo con procesos o actividades matemáticas, tales como generar y debatir ideas, conjeturar, explicar, justificar, refutar, razonar y ejemplificar. (Krummheuer, 1995; Staples y Newton, 2016).

En esta investigación, se llevó a cabo la exploración y la descripción de las directrices ministeriales que conforman el *PEM*, específicamente tres, a saber: la *Transformación Curricular* (MEP, 2015), el *PEM (Programa de Estudio de Matemática)* del MEP - 2012) y el referente teórico de matemáticas de la OCDE (2010). La habilidad de “argumentación” fue definida como un proceso discursivo y sociocultural, en el cual surgen o se producen argumentos cuya intención es convencer o persuadir a uno mismo, o a otros, mediante la utilización de conocimientos y códigos lingüísticos compartidos. A partir de este posicionamiento teórico, se identificó un conjunto diverso de lineamientos vinculados a la actividad argumentativa en el aula de matemática para la formación de ciudadanos.

En primer lugar, en la *Transformación Curricular* se determinaron nueve indicadores de desarrollo de capacidades, vinculados con la argumentación, y comprendidos en tres de las cuatro dimensiones definidas por el MEP (2015); las cuales son: maneras de pensar, formas de relacionarse con otros y herramientas para integrarse al mundo. Estas directrices se han de desarrollar de acuerdo con las habilidades del perfil de salida del estudiantado de III y IV ciclos de la formación de secundaria, y se asocian con el pensamiento crítico, la resolución de problemas, y la colaboración y el manejo de la información.

Estos elementos del perfil posicionan la actividad argumentativa como un proceso social, puesto que se constituye en una actividad colaborativa; así como una actividad evaluativa, en tanto que fomenta la comparación de la calidad y veracidad de la información, con el fin de que ésta sea empleada en una manera crítica. (MEP, 2015). Mediante la implementación de los nueve indicadores, la *Transformación Curricular* pretende que la actividad argumentativa

coadyuve en el desarrollo de sujetos capaces de interiorizar un conjunto significativo de habilidades, tales como evaluar supuestos, fundamentar el pensamiento, inferir argumentos, refutar y apoyar argumentos, formular preguntas generadoras de discusión, formular posicionamientos alternativos, evaluar distintas propuestas y su viabilidad, negociar posiciones, y evaluar la veracidad de la información y utilizarla de forma creativa; esto también incluye la capacidad de comprender cómo una persona es capaz de persuadir o convencer a alguien de creer o realizar algo.

En el marco de este perfil de la persona ciudadana costarricense, y de acuerdo con las habilidades que el sistema propuesto por el MEP pretende desarrollar, también se encuentran las habilidades y la competencia matemáticas que se deben impulsar. (MEP - 2012). En este estudio, las autoras analizaron la articulación entre las directrices emanadas del *PEM*, referentes a la argumentación, y la existencia de indicaciones, tareas y sugerencias vinculadas con este proceso por cada área matemática. Se evidenció que estas indicaciones son diversas y, con frecuencia, solicitan del estudiantado que “argumente” o “justifique” su respuesta. Por otro lado, vale subrayar que no se distingue una ruta de formación para desarrollar la “argumentación” en la programación curricular de III o IV ciclo. Es decir, las sugerencias o recomendaciones brindadas en el *PEM* no se presentan en una manera jerárquica ni tampoco en una forma gradual.

Se espera que la persona estudiante desarrolle las habilidades ligadas a las dimensiones ya analizadas, respecto de la Transformación Curricular (MEP, 2015); para lograr esa meta se requieren directrices metodológicas, promotoras de dinámicas de debate y exposición de ideas; es decir, creación de espacios de mayor interacción entre las y los estudiantes. Asimismo, es imperativo diversificar las estrategias de evaluación, a fin de incluir, regularmente, la construcción de argumentos, o también, ejercicios de completar argumentos (v.gr. “dada una conclusión, ¿cuáles conclusiones podrían construirse”), así como el análisis de las implicaciones de algo que ha sido propuesto.

La investigación aplicada en los *PEM* no evidenció una postura explícita acerca de las relaciones existentes entre “justificar”, “argumentar” y “demostrar”. Por ello, se deja a criterio de la persona docente realizar una interpretación, de acuerdo con sus creencias y conocimientos. Dada la carencia de una ruta formativa, generada por las metodologías sugeridas, se espera que, en la práctica, surjan perfiles de estudiantes, visiblemente formados en “argumentación”, que reflejen una amplia variedad de habilidades argumentativas.

Puesto que el *PEM* inició su período de vigencia antes de entrar en rigor la actual *Transformación Curricular*, es difícil enlazar sus propuestas con el perfil esperado para la persona ciudadana; por ello, queda a criterio de la persona docente realizar la integración entre los indicadores establecidos en la *Transformación Curricular*, y las tareas y actividades propuestas en clase para la promoción de la “argumentación”. En efecto, el profesorado deberá valorar el vínculo entre la resolución de problemas en matemática, y la habilidad de cuestionar el origen de la información y su impacto en el contexto de la respuesta construida.

Las autoras recomiendan la elaboración de fascículos que visualicen, articuladamente, las tareas, las actividades, y las estrategias de evaluación respecto de la “argumentación” en el aula. Más aun, es deseable evidenciar la conexión existente con otros programas de estudio, los cuales, explícitamente, incluyen la “argumentación” (ver el *Programa de Estudios de Español III y IV ciclo*; específicamente, “la argumentación como un modo discursivo” (MEP, 2017, p. 60)). En este sentido, de parte de las personas docentes, se requieren más investigaciones sobre diversas variables, como la integración de estas directrices en las aulas; la relación entre la argumentación matemática y otras áreas, como las ciencias y las lenguas; así como el papel desempeñado por las tecnologías digitales en el desarrollo de la habilidad argumentativa.

A fin de implementar lo mencionado, es imperativo profundizar en el estudio de las tipologías de las tareas matemáticas y su gestión en el aula, según las directrices emanadas del *PEM*, y también de los diversos contextos educativos de Costa Rica. Esto permitiría potenciar la “argumentación” en una manera consciente y a largo plazo. Es decir, será esencial responder a las preguntas: ¿Pueden las personas docentes promover la “argumentación” en el aula? ¿puedan potenciar la argumentación de forma consciente y a largo plazo? Es decir, será esencial responder a otras interrogantes: ¿Actualmente, pueden las personas docentes promover la argumentación en el aula, según lo estipulado en las directrices ministeriales?, ¿cuáles limitaciones se imponen?, ¿cuál es la naturaleza de estas limitaciones y la posibilidad real de superarlas?

La presente investigación se enfocó, exclusivamente, en las habilidades y perfiles del estudiantado de tercer ciclo de Educación General Básica y del Ciclo Diversificado. Existe un vacío respecto de la actividad para construir y promover una cultura de “argumentación” en los niveles de primaria. Asimismo, se requiere una mayor comprensión de las distintas normas socio-matemáticas que influyen en el contexto costarricense, y su relación con las creencias

de las personas docentes sobre los tipos de argumentos esperados de parte del estudiantado; así como también, se precisa proveer una visibilización de las limitaciones percibidas dentro de las instituciones educativas.

La capacidad y habilidad de “argumentación” constituye una práctica clave en la formación de ciudadanos, y es crucial en la actividad matemática escolar; por ello, es vital su incorporación gradual (dosificada) en las aulas costarricenses, de manera que la persona estudiante disponga de herramientas para desarrollar una autonomía intelectual y un razonamiento matemático.

La enseñanza de la matemática en Costa Rica debe luchar por una educación fundamentada en procesos matemáticos, favorecedores de aprendizajes de contenidos, y también de un desarrollo de habilidades y actitudes que, posteriormente, propiciarán la adquisición de nuevos y más complejos conocimientos.

## 6. Referencias

- Anscombe, Jean Claude., y Ducrot, Oswald. (1994). *La argumentación en la lengua*. Gredos.
- Arriagada, Fabiola., y Osorio, Jorge. (2019). Argumentación y ciudadanía: el aporte de la Escuela Básica. *Paideia*, (64), 41-63. <https://doi.org/https://doi.org/10.29393/Pa64-2AFAM20002>.
- Ayalon, Michal., y Even, Ruhama. (2016). Factors shaping students' opportunities to engage in argumentative activity. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(3), 575-601. <https://doi.org/10.1007/s10763-014-9584-3>
- Ayalon, Michal., y Nama, Samaher. (2023). Secondary school mathematics teacher-perceived factors involved in argumentation: an emerging framework. *Research in Mathematics Education*, 26(1), 1-22. <https://doi.org/10.1080/14794802.2022.2156585>
- Balacheff, Nicolas. (2024). Mathematical Argumentation, a Precursor Concept of Mathematical Proof. In *Proceedings of the 14th International Congress on Mathematical Education* (pp. 33-52). [https://doi.org/10.1142/9789811287183\\_0003](https://doi.org/10.1142/9789811287183_0003)
- Boero, Paolo., Douek, Nadia., Morselli, Francesca., y Pedemonte, Bettina. (2010). Argumentation and proof: A contribution to theoretical perspectives and their classroom implementation. In M.F.F. Pinto y T.F. Kawasaki (Eds.), *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 179–205). PME.
- Conner, Anna Marie., Singletary, Laura M., Smith, Ryan C., Wagner, Patty Anne., y Francisco, Richard T. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 401-429. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9532-8>

- Da Ponte, João Pedro., Mata-Pereira, Joana., y Quaresma, Marisa. (2023). Challenging Students to Develop Mathematical Reasoning. In *Research in Mathematics Education* (pp. 147–167). [https://doi.org/10.1007/978-3-031-18868-8\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-031-18868-8_8)
- De Gamboa, Genaro., Planas, Núria., y Edo, Mequè. (2010), Argumentación matemática: prácticas escritas e interpretaciones. *Suma*, 64, 35-44. [https://ddd.uab.cat/pub/artpub/2010/197062/SUMA\\_2010.pdf](https://ddd.uab.cat/pub/artpub/2010/197062/SUMA_2010.pdf)
- Douek, Nadia. (1998). Some remarks about argumentation and mathematical proof and their educational implications. In I. Schwank (Ed), *Proceedings of the first conference of the european society for research in mathematics education* (pp. 125-139). France.
- Ducrot, Oswald. (1980). *Les échelles argumentatives*. Les Éditions de Minuit.
- Duval, Raymond. (1999). Questioning argumentation. *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof*. <http://www.lettredelapreuve.org/OldPreuve/Newsletter/991112Theme/991112ThemeUK.html>
- Duval, Raymond., y de Strasbourg, Irem. (1992). Argumenter, démontrer, expliquer: continuité ou rupture cognitive. *Petit x*, 31, 37-61. [https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/31x5\\_1570192011747-pdf](https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/31x5_1570192011747-pdf)
- Francisco, John. (2022). Supporting argumentation in mathematics classrooms: The role of teachers' mathematical knowledge. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 10(2), 147-170. <https://doi.org/10.31129/lumat.10.2.1701>.
- Francisco, John. (2024). Teacher support of collective argumentation in mathematics classrooms: insights from an afterschool program. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 28(1), 211-237. <http://dx.doi.org/10.1007/s10857-024-09651-5>
- Fuentes, Catalina., y Alcaide, Esperanza. (2007). *La argumentación lingüística y sus medios de expresión*. Arco/Libros.
- Fukawa-Connelly, Tim., y Silverman, Jason. (2015). The development of mathematical argumentation in an unmoderated, asynchronous multi-user dynamic geometry environment. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 15(4), 445–488. <https://citejournal.org/volume-15/issue-4-15/mathematics/the-development-of-mathematical-argumentation-in-an-unmoderated-asynchronous-multi-user-dynamic-geometry-environment/>
- Grootendorst, Rob., y Eemeren, Frans H. van. (2004). *A systematic theory of argumentation: the pragma-dialectical approach*. Cambridge University Press.
- Hernández-Sampieri, Roberto., y Mendoza, Christian. (2018). *Metodología de la Investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw-Hill.

- Kosko, Karl W., Rougee, Annick., y Herbst, Patricio. (2014). What actions do teachers envision when asked to facilitate mathematical argumentation in the classroom? *Mathematics Education Research Journal*, 26(3), 459-476. <https://doi.org/10.1007/s13394-013-0116-1>.
- Krummheuer, Götz. (1995). The Ethnography of Argumentation. In *The emergence of mathematical meaning* (pp. 229-269). Taylor & Francis Group.
- Lo Cascio, Vincenzo. (1998). *Gramática de la argumentación*. Alianza Universidad.
- Merriam, Sharan B., y Tisdell, Elizabeth J. (2016). *Qualitative research: a guide to design and implementation* (4ª ed.). Jossey-Bass, a Wiley brand.
- Ministerio de Educación (MINEDUC). (2016). *Matemática: Programa de estudio Primero Medio*. Gobierno de Chile. <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/262>.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas, lenguaje, ciencias y ciudadanas*. Gobierno de Colombia. [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf).
- Ministerio de Educación Pública (2015). *Fundamentación Pedagógica de la Transformación Curricular. Educar para una Nueva Ciudadanía*. MEP de Costa Rica.
- Ministerio de Educación Pública (2017). *Educar para una Nueva Ciudadanía. Programa de Estudio de Español III Ciclo y Educación Diversificada*. MEP de Costa Rica.
- Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de Estudio. Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. MEP de Costa Rica.
- Molina, Oscar., Camargo, Leonor., Vargas, Claudia., Samper, Carmen., y Perry, Patricia. (2024). Una propuesta para la formación de profesores de matemáticas: el caso de la argumentación matemática. *RIME*, 1(1), 151-185. <https://doi.org/10.32735/s2810-7187202400013356>.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. V.A. NCTM.
- Neuman, William Lawrence. (2014). *Social research methods: qualitative and quantitative approaches* (7ª ed.). Pearson.
- Organización para la Cooperación y del Desarrollo Económico (OCDE). (2010). *PISA 2012 Mathematics framework: mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. [https://www.oecd-ilibrary.org/mathematics-framework\\_5k4c508m2q8p.pdf](https://www.oecd-ilibrary.org/mathematics-framework_5k4c508m2q8p.pdf)
- Pedemonte, Bettina. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analysed? *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 23-41. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9057-x>

- Perelman, Chaïm., y Olbrechts-Tyteca, Lucie. (1989). *Tratado de la argumentación*. Editorial Gredos.
- Ramírez Oviedo, Luis Fernando. (2024). Prácticas argumentativas en la educación matemática costarricense. *Innovaciones Educativas*, 26(41), 231-241. <https://doi.org/10.22458/ie.v26i41.5018>
- Rigotti, Eddo., y Greco Morasso, Sara. (2009). Argumentation as an Object of Interest and as a Social and Cultural Resource. In *Argumentation and Education* (pp. 9-66). Springer US. [https://doi.org/10.1007/978-0-387-98125-3\\_2](https://doi.org/10.1007/978-0-387-98125-3_2)
- Ríos-Cuesta, Wilmer. (2021). Argumentación en educación matemática: elementos para el diseño de estudios desde la revisión bibliográfica. *Amazonia Investiga*, 10(41), 96–105. <https://doi.org/10.34069/AI/2021.41.05.9>
- Rumsey, Chepina., Whitacre, Ian., Atabaş, Şebnem., y Smith, Jessica Lynn. (2022). Argumentation in the Context of Elementary Grades: The Role of Participants, Tasks, and Tools. In *Conceptions and Consequences of Mathematical Argumentation, Justification, and Proof* (pp. 19-34). Springer International Publishing.
- Solar Bezmalinovic, Horacio., Goizueta, Manuel., y Howard Montaner, Sebastián. (2022). Emergencia de patrones de interacción al promover la argumentación en el aula de matemáticas. *Educación Matemática*, 34(3), 132-162. <https://doi.org/10.24844/em3403.05>
- Solar, Horacio., y Deulofeu, Jordi. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(56), 1092-1112. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a13>
- Sriraman, Bharath., y Umland, Kristin. (2020). Argumentation in Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 63-66). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0\\_11](https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_11)
- Staples, Megan., y Conner, Anne Marie. (2022). Introduction: Conceptualizing Argumentation, Justification, and Proof in Mathematics Education. In K. N. Bieda (Ed.), *Conceptions and consequences of mathematical argumentation, justification, and proof* (pp. 1-10). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-80008-6\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-80008-6_1)
- Staples, Megan., y Newton, J. (2016). Teachers' Contextualization of Argumentation in the Mathematics Classroom. *Theory into practice*, 55(4), 294-301. <https://doi.org/10.1080/00405841.2016.1208070>
- Stylianides, Andreas J., Bieda, Kristen N., y Morselli, Francesca (2016). Proof and Argumentation in Mathematics Education Research. In Ángel Gutiérrez y Paolo Boero (Ed.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 315-351). SensePublishers. [https://doi.org/10.1007/978-94-6300-561-6\\_9](https://doi.org/10.1007/978-94-6300-561-6_9)

Toulmin, Stephen. (2003). *The uses of argument* [Updated ed.]. Cambridge University Press.

van Eemeren, Frans., Garssen, Bart., y Wagemans, Jean H. M. (2015). El método pragma-dialéctico de análisis y evaluación. In F. L. Carretero (Ed.), *Argumentación y pragma-dialéctica: estudios en honor a Frans van Eemeren* (pp. 127-154). Editorial Universitaria Universidad de Guadalajara.

Wood, Terry. (1999). Creating a Context for Argument in Mathematics Class. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 171-191. <https://doi.org/10.2307/749609>

Yackel, Erna., y Cobb, Paul. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.27.4.0458>

## 7. Anexos

### Anexo 1

Conocimientos del PEM vinculados con argumentar según tipo de lineamiento.

Área	Conocimientos declarados vinculados con argumentar	Tipo de lineamiento		
		General	Conocimientos y habilidades específicas	Metodológico
Geometría	<b>G1</b> Criterios de congruencia y semejanza	OG (301) OG (302)	OG (312) P (312)	P-D (322) P-D (319-320) P-D (322-323) OG (323) OG (326)
	<b>G2</b> Geometría Analítica	OG (302)	E (317)	
	<b>G3</b> Desigualdad triangular		P (304-305)	P (321) P (321)
	<b>G4</b> Suma de los ángulos internos de un $\Delta$			P (320)
	<b>G5</b> Cuadriláteros		P (305) P-C (306)	
	<b>G6</b> Polígonos		OG (392)	
Números	<b>N1</b> Algoritmo de la división		P-C (278)	
	<b>N2</b> Números irracionales		P-D (291)	J (297)
	<b>N3</b> Potencias y raíces		P (284)	
	<b>N4</b> Operaciones combinadas		P (276-277)	
	<b>N5</b> Producto de enteros negativos		J (283)	
	<b>N6</b> Sumas y restas en Q		J (287-288) J (289)	
Relaciones y álgebra	<b>RA1</b> Inyectividad de funciones		OG (409)	
	<b>RA2</b> Sucesiones y patrones			OG (343) OG (343) OG (343)
	<b>RA3</b> Fórmulas notables			OG (345)
	<b>RA4</b> Función cuadrática			OG (347)
	<b>RA5</b> Análisis de funciones		OG (407)	OG (428)
	<b>RA6</b> Ecuaciones (lin., cuad., exp., log.)		J (415)	OG (429)
	<b>RA7</b> Función logarítmica como inversa de la exponencial		J (416) J (416)	
	<b>RA8</b> Función lineal		OG (411)	
	<b>RA9</b> Composición de funciones			OG (421)
Estadística y	<b>EP1</b> Recolección de información, frecuencia, representación		P(355-356) P (356-357)	

Probabili dad	<b>EP2</b> Distribuciones de frecuencia		<b>P</b> (363-364)	
	<b>EP3</b> Ley de grandes números		<b>P</b> (366-367)	
	<b>EP4</b> Media aritmética ponderada		<b>P</b> (434)	
	<b>EP5</b> El azar: aleatoriedad y determinismo		<b>P</b> (358)	<b>OG</b> (450)
	<b>EP6</b> Probabilidad		<b>P</b> (360)	

Nota: Los números entre paréntesis corresponden a la página donde se encuentra la evidencia.

Revista indizada en



Distribuida en las bases de datos:

